Schulinterner Lehrplan
zum Kernlehrplan in der gymnasialen Oberstufe

Mathematik

1. Rahmenbedingungen der fachlichen Arbeit

Recke ist eine Gemeinde in einem ländlich strukturierten Raum mit einem Schulzentrum, das drei weiterführende Schulen, ein Gymnasium, eine Realschule und eine Hauptschule umfasst. Das Einzugsgebiet erstreckt sich auf die umliegenden Nachbargemeinden im Umkreis von ca. 15 Kilometern.
Die Fürstenbergschulen, Gymnasium und Realschule, teilen sich ein Schulgebäude.
Als Schule in kirchlicher Trägerschaft will das Fürstenberg-Gymnasium die zentrale gymnasiale Bildungseinrichtung für alle Schülerinnen und Schüler der Region sein, die mit dem christlichen Fundament übereinstimmen.

Die Fachgruppe Mathematik am Fürstenberg-Gymnasium

In die Einführungsphase der Sekundarstufe II werden in jedem Jahr ca. 10 Schülerinnen und Schüler überwiegend aus der Fürstenbergrealschule neu aufgenommen und im Fach Mathematik zur besseren Förderung (Arbeit mit dem GTR, Einübung von Standardrechnungen) in einem Kurs unterrichtet.

In der Regel werden in der Einführungsphase fünf parallele Grundkurse eingerichtet, aus denen sich für die Qualifikationsphase zwei Leistungs- und drei Grundkurse entwickeln.
Der Unterricht findet im 45-Minuten-Takt statt, die Kursblockung sieht, wenn möglich für Grundkurse eine, für Leistungskurse zwei Doppelstunden vor.
Der Fachunterricht in der EF ist um drei Wochen gekürzt, da die Schülerinnen und Schüler in dieser Zeit ein Sozialpraktikum absolvieren.

Individuelle Förderung und kooperative Lernformen sind wesentliche Bestandteile des Schulprogramms und im Schulalltag fest verankert (Projekte wie ‚Lernen lernen').
Das Fürstenberggymnasium führt das Gütesiegel ‚individuelle Förderung'.

Schülerinnen und Schüler aller Klassen- und Jahrgangsstufen werden zur Teilnahme an den vielfältigen Wettbewerben im Fach Mathematik angehalten und, wo erforderlich, begleitet: Schlaumeierwettbewerb (Jgst. 5) Känguru-Wettbewerb der Mathematik (Jgst. 6 und 8), Mathematikolympiade (Jgst. 5 und 6).

Schülerinnen und Schüler mit Lernschwierigkeiten werden von den Lehrkräften intensiv unterstützt und können am Nachmittag im Lerntreff gezielt ihre Defizite aufarbeiten.

In der Sekundarstufe II kann verlässlich darauf aufgebaut werden, dass die Verwendung von realen Kontexten im Mathematikunterricht bekannt ist, da im Unterricht der Sekundarstufe I wenn möglich mathematische Fachinhalte mit Lebensbezug vermittelt werden.

In Klasse 7 wird der grafikfähige Taschenrechner (Casio FX 9860 GII) eingeführt. Bis zur EF werden die Schülerinnen und Schüler an die verschiedenen Anwendungsmöglichkeiten des GTR herangeführt, der Umgang mit dem GTR wird regelmäßig trainiert.
Im Fach ‚Laco', Lernen am Computer, werden die Schülerinnen und Schüler in der Erprobungsstufe im Umgang mit und dem Arbeiten am Computer vertraut gemacht. Dynamische Geometrie-Software (Geogebra) und Tabellenkalkulation (Excel) werden an geeigneten Stellen (siehe hausinterner Lehrplan der Sek I) im Unterricht genutzt, der Umgang mit ihnen eingeübt. Dazu stehen in der Schule vier PC-Unterrichtsräume zur Verfügung.
In der Sekundarstufe II kann deshalb davon ausgegangen werden, dass die Schülerinnen und Schüler mit den grundlegenden Möglichkeiten dieser digitalen Werkzeuge vertraut sind.

2. Entscheidungen zum Unterricht
2.1. Unterrichtsvorhaben
2.1.1. Übersichtsraster Unterrichtsvorhaben
2.1.1.1. Einführungsphase (EF)

<table>
<tr><th colspan="2">Einführungsphase</th></tr>
<tr><td><u>Unterrichtsvorhaben EF-I:</u>

Thema:
Den Zufall im Griff – Modellierung von Zufallsprozessen (E-S1)

Zentrale Kompetenzen:
• Modellieren
• Werkzeuge nutzen

Inhaltsfeld: Stochastik (S)

Inhaltlicher Schwerpunkt:
• Mehrstufige Zufallsexperimente

Zeitbedarf: 9 Std.</td><td><u>Unterrichtsvorhaben EF-II:</u>

Thema:
Testergebnisse richtig interpretieren – Umgang mit bedingten Wahrscheinlichkeiten (E-S2)

Zentrale Kompetenzen:
• Modellieren
• Kommunizieren

Inhaltsfeld: Stochastik (S)

Inhaltlicher Schwerpunkt:
• Bedingte Wahrscheinlichkeiten

Zeitbedarf: 9 Std.</td></tr>
<tr><td colspan="2"></td></tr>
<tr><td><u>Unterrichtsvorhaben EF-III:</u>

Thema:
Beschreibung der Eigenschaften von Funktionen und deren Nutzung im Kontext (E-A1)

Zentrale Kompetenzen:
• Modellieren
• Werkzeuge nutzen

Inhaltsfeld: Funktionen und Analysis (A)

Inhaltlicher Schwerpunkt:
• Grundlegende Eigenschaften von Potenz-, Exponential- und Sinusfunktionen

Zeitbedarf: 15 Std.</td><td><u>Unterrichtsvorhaben EF-IV:</u>

Thema:
Von der durchschnittlichen zur lokalen Änderungsrate (E-A2)

Zentrale Kompetenzen:
• Argumentieren
• Werkzeuge nutzen

Inhaltsfeld: Funktionen und Analysis (A)

Inhaltlicher Schwerpunkt:
• Grundverständnis des Ableitungsbegriffs

Zeitbedarf: 12 Std.</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th colspan="2">Einführungsphase Fortsetzung</th></tr>
<tr><td><u>Unterrichtsvorhaben EF-V:</u>

Thema:
Von den Potenzfunktionen zu den ganzrationalen Funktionen (E-A3)

Zentrale Kompetenzen:
• Problemlösen
• Argumentieren
• Werkzeuge nutzen

Inhaltsfeld: Funktionen und Analysis (A)

Inhaltlicher Schwerpunkt:
• Differentialrechnung ganzrationaler Funktionen

Zeitbedarf: 12 Std.</td><td><u>Unterrichtsvorhaben EF-VI:</u>

Thema:
Entwicklung und Anwendung von Kriterien und Verfahren zur Untersuchung von Funktionen (E-A4)

Zentrale Kompetenzen:
• Problemlösen
• Argumentieren

Inhaltsfeld: Funktionen und Analysis (A)

Inhaltlicher Schwerpunkt:
• Differentialrechnung ganzrationaler Funktionen

Zeitbedarf: 12 Std.</td></tr>
<tr><td></td><td></td></tr>
<tr><td><u>Unterrichtsvorhaben EF-VII:</u>

Thema:
Unterwegs in 3D – Koordinatisierungen des Raumes (E-G1)

Zentrale Kompetenzen:
• Modellieren
• Kommunizieren

Inhaltsfeld:
Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G)

Inhaltlicher Schwerpunkt:
• Koordinatisierungen des Raumes

Zeitbedarf: 6 Std.</td><td><u>Unterrichtsvorhaben EF-VIII:</u>

Thema:
Vektoren bringen Bewegung in den Raum (E-G2)

Zentrale Kompetenzen:
• Problemlösen

Inhaltsfeld:
Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G)

Inhaltlicher Schwerpunkt:
• Vektoren und Vektoroperationen

Zeitbedarf: 9 Std.</td></tr>
<tr><td colspan="2"><u>Summe Einführungsphase: 84 Stunden</u></td></tr>
</table>

2.1.1.2 Qualifikationsphase I (Q1)

<table>
<tr><th colspan="2">Qualifikationsphase (Q1) – GRUNDKURS</th></tr>
<tr><td><u>Unterrichtsvorhaben Q1-I:</u>

Thema:
Beschreibung von Bewegungen und Schattenwurf mit Geraden (Q1-GK-G1)

Zentrale Kompetenzen:
• Modellieren
• Werkzeuge nutzen

Inhaltsfeld: Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G)

Inhaltlicher Schwerpunkt:
• Darstellung und Untersuchung geometrischer Objekte (Geraden)

Zeitbedarf: 9 Std.</td><td><u>Unterrichtsvorhaben Q1-II:</u>

Thema:
Eine Sache der Logik und der Begriffe: Untersuchung von Lagebeziehungen (Q1-GK-G2)

Zentrale Kompetenzen:
• Argumentieren
• Kommunizieren

Inhaltsfeld: Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G)

Inhaltlicher Schwerpunkt:
• Lagebeziehungen

Zeitbedarf: 6 Std.</td></tr>
<tr><td></td><td></td></tr>
<tr><td><u>Unterrichtsvorhaben Q1-III:</u>

Thema:
Räume vermessen – mit dem Skalarprodukt Polygone und Polyeder untersuchen (Q1-GK-G3)

Zentrale Kompetenzen:
• Problemlösen

Inhaltsfeld: Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G)

Inhaltlicher Schwerpunkt:
• Skalarprodukt

Zeitbedarf: 9 Std</td><td><u>Unterrichtsvorhaben Q1-IV:</u>

Thema:
Lineare Algebra als Schlüssel zur Lösung von geometrischen Problemen (Q1-GK-G4)

Zentrale Kompetenzen:
• Problemlösen
• Werkzeuge nutzen

Inhaltsfeld: Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G)

Inhaltliche Schwerpunkte:
• Darstellung und Untersuchung geometrischer Objekte (Ebenen)
• Lineare Gleichungssysteme

Zeitbedarf: 9 Std.</td></tr>
<tr><td></td><td></td></tr>
</table>

<table>
<tr><th colspan="2">Qualifikationsphase (Q1) – GRUNDKURS - Fortsetzung</th></tr>
<tr>
<td><u>Unterrichtsvorhaben Q1-V:</u>

Thema:
Funktionen beschreiben Formen – Modellieren von Sachsituationen mit ganzrationalen Funktionen (Q1-GK-A1)

Zentrale Kompetenzen:
• Modellieren
• Werkzeuge nutzen

Inhaltsfelder: Funktionen und Analysis (A)
Lineare Algebra (G)

Inhaltliche Schwerpunkte:
• Funktionen als mathematische Modelle (Steckbriefaufgaben)
• Lineare Gleichungssysteme

Zeitbedarf: 15 Std.</td>
<td><u>Unterrichtsvorhaben Q1-VI:</u>

Thema:
Optimierungsprobleme (Q1-GK-A2)

Zentrale Kompetenzen:
• Modellieren
• Problemlösen

Inhaltsfeld:
Funktionen und Analysis (A)

Inhaltlicher Schwerpunkt:
• Funktionen als mathematische Modelle (Extremwertprobleme)

Zeitbedarf: 9 Std.</td>
</tr>
<tr><td></td><td></td></tr>
<tr>
<td><u>Unterrichtsvorhaben Q1-VII:</u>

Thema:
Von der Änderungsrate zum Bestand (Q1-GK-A3)

Zentrale Kompetenzen:
• Kommunizieren

Inhaltsfeld: Funktionen und Analysis (A)

Inhaltlicher Schwerpunkt:
• Grundverständnis des Integralbegriffs

Zeitbedarf: 9 Std.</td>
<td><u>Unterrichtsvorhaben Q1-VIII:</u>

Thema:
Von der Randfunktion zur Integralfunktion (Q1-GK-A4)

Zentrale Kompetenzen:
• Argumentieren
• Werkzeuge nutzen

Inhaltsfeld: Funktionen und Analysis (A)

Inhaltlicher Schwerpunkt:
• Integralrechnung

Zeitbedarf: 12 Std.</td>
</tr>
<tr><th colspan="2">Summe Qualifikationsphase (Q1) – GRUNDKURS 78 Stunden</th></tr>
</table>

<table>
<tr><th colspan="2">Qualifikationsphase (Q1) – LEISTUNGSKURS</th></tr>
<tr><td><u>Unterrichtsvorhaben Q1-I:</u>

Thema:
Beschreibung von Bewegungen und Schattenwurf mit Geraden (Q-LK-G1)

Zentrale Kompetenzen:
• Modellieren
• Werkzeuge nutzen

Inhaltsfeld:
Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G)

Inhaltlicher Schwerpunkt:
• Darstellung und Untersuchung geometrischer Objekte (Geraden)

Zeitbedarf: 10 Std.</td><td><u>Unterrichtsvorhaben Q1-II:</u>

Thema:
Die Welt vermessen – das Skalarprodukt und seine ersten Anwendungen (Q-LK-G2)

Zentrale Kompetenzen:
• Problemlösen

Inhaltsfeld:
Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G)

Inhaltlicher Schwerpunkt:
• Skalarprodukt

Zeitbedarf: 10Std.</td></tr>
<tr><td></td><td></td></tr>
<tr><td><u>Unterrichtsvorhaben Q1-III:</u>

Thema: Ebenen als Lösungsmengen von linearen Gleichungen und ihre Beschreibung durch Parameter (Q-LK-G3)

Zentrale Kompetenzen:
• Argumentieren
• Kommunizieren

Inhaltsfeld: Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G)

Inhaltlicher Schwerpunkt:
• Darstellung und Untersuchung geometrischer Objekte (Ebenen)

Zeitbedarf: 10 Std</td><td><u>Unterrichtsvorhaben Q1-IV:</u>

Thema: Lagebeziehungen und Abstandsprobleme bei geradlinig bewegten Objekten (Q-LK-G4)

Zentrale Kompetenzen:
• Argumentieren
• Kommunizieren

Inhaltsfeld: Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G)

Inhaltlicher Schwerpunkt:
• Lagebeziehungen und Abstände (von Geraden)

Zeitbedarf: 10 Std.</td></tr>
<tr><td></td><td></td></tr>
</table>

Qualifikationsphase (Q1) – LEISTUNGSKURS Fortsetzung	
<u>*Unterrichtsvorhaben Q1-V:*</u> **Thema:** *Untersuchungen an Polyedern (Q-LK-G5)* **Zentrale Kompetenzen:** • Problemlösen • Werkzeuge nutzen **Inhaltsfeld:** Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G) **Inhaltliche Schwerpunkte:** • Lagebeziehung und Abstände (von Ebenen) • Lineare Gleichungssysteme **Zeitbedarf:** 10 Std.	<u>*Unterrichtsvorhaben Q1-VI:*</u> **Thema:** *Strategieentwicklung bei geometrischen Problemsituationen und Beweisaufgaben (Q-LK-G6)* **Zentrale Kompetenzen:** • Modellieren • Problemlösen **Inhaltsfeld:** Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G) **Inhaltlicher Schwerpunkt:** • Verknüpfung aller Kompetenzen **Zeitbedarf:** 10 Std.
<u>*Unterrichtsvorhaben Q1-VII*</u> **Thema**: *Optimierungsprobleme (Q-LK-A1)* **Zentrale Kompetenzen:** • Modellieren • Problemlösen **Inhaltsfeld**: Funktionen und Analysis (A) **Inhaltliche Schwerpunkte**: • Funktionen als mathematische Modelle • Fortführung der Differentialrechnung **Zeitbedarf**: 20 Std.	<u>*Unterrichtsvorhaben Q1-VIII:*</u> **Thema**: *Funktionen beschreiben Formen – Modellieren von Sachsituationen mit Funktionen (Q-LK-A2)* **Zentrale Kompetenzen:** • Modellieren • Werkzeuge nutzen **Inhaltsfelder**: Funktionen und Analysis (A) Lineare Algebra (G) **Inhaltliche Schwerpunkte**: • Funktionen als mathematische Modelle • Lineare Gleichungssysteme **Zeitbedarf**: 20 Std.

Qualifikationsphase (Q1) – LEISTUNGSKURS Fortsetzung	
<u>*Unterrichtsvorhaben Q1-IX*</u> **Thema:** *Von der Änderungsrate zum Bestand (Q-LK-A3)* **Zentrale Kompetenzen:** • Kommunizieren **Inhaltsfeld:** Funktionen und Analysis (A) **Inhaltlicher Schwerpunkt:** • Grundverständnis des Integralbegriffs **Zeitbedarf**: 10 Std.	<u>*Unterrichtsvorhaben Q1-X*</u> **Thema**: *Von der Randfunktion zur Integralfunktion (Q-LK-A4)* **Zentrale Kompetenzen**: • Argumentieren • Werkzeuge nutzen **Inhaltsfeld:** Funktionen und Analysis (A) **Inhaltlicher Schwerpunkt**: • Integralrechnung **Zeitbedarf**: 20 Std.
Summe Qualifikationsphase (Q1) – LEISTUNGSKURS 130 Stunden	

2.1.1.3 Qualifikationsphase II (Q2)

<table>
<tr><th colspan="2">Qualifikationsphase (Q2) – GRUNDKURS</th></tr>
<tr><td><u>Unterrichtsvorhaben Q2-I:</u>

Thema:
Natürlich: Exponentialfunktionen (Q2-GK-A5)

Zentrale Kompetenzen:
➢ Problemlösen
➢ Werkzeuge nutzen

Inhaltsfeld: Funktionen und Analysis (A)

Inhaltlicher Schwerpunkt:
➢ Fortführung der Differentialrechnung

Zeitbedarf: 9 Std.</td>
<td><u>Unterrichtsvorhaben Q2-II:</u>

Thema:
Modellieren (nicht nur) mit Exponentialfunktionen (Q-GK-A6)

Zentrale Kompetenzen:
➢ Modellieren

Inhaltsfeld: Funktionen und Analysis (A)

Inhaltliche Schwerpunkte:
➢ Fortführung der Differentialrechnung
➢ Integralrechnung

Zeitbedarf: 12 Std.</td></tr>
<tr><td></td><td></td></tr>
<tr><td><u>Unterrichtsvorhaben Q2-III:</u>

Thema:
Von stochastischen Modellen, Zufallsgrößen, Wahrscheinlichkeitsverteilungen und ihren Kenngrößen (Q2-GK-S1)

Zentrale Kompetenzen:
➢ Modellieren

Inhaltsfeld: Stochastik (S)

Inhaltlicher Schwerpunkt:
➢ Kenngrößen von Wahrscheinlichkeits-verteilungen

Zeitbedarf: 6 Std.</td>
<td><u>Unterrichtsvorhaben Q2-IV:</u>

Thema:
Treffer oder nicht? – Bernoulliexperimente und Binomialverteilung (Q2-GK-S2)

Zentrale Kompetenzen:
➢ Modellieren
➢ Werkzeuge nutzen

Inhaltsfeld: Stochastik (S)

Inhaltlicher Schwerpunkt:
➢ Binomialverteilung

Zeitbedarf: 9 Std.</td></tr>
<tr><td colspan="2"></td></tr>
<tr><td><u>Unterrichtsvorhaben Q2-V:</u>

Thema:
Modellieren mit Binomialverteilungen (Q2-GK-S3)

Zentrale Kompetenzen:
➢ Modellieren
➢ Argumentieren

Inhaltsfeld: Stochastik (S)

Inhaltlicher Schwerpunkt:
➢ Binomialverteilung

Zeitbedarf: 9 Std.</td>
<td><u>Unterrichtsvorhaben Q2-VI:</u>

Thema:
Von Übergängen und Prozessen (Q2-GK-S4)

Zentrale Kompetenzen:
➢ Modellieren
➢ Argumentieren

Inhaltsfeld: Stochastik (S)

Inhaltlicher Schwerpunkt:
➢ Stochastische Prozesse

Zeitbedarf: 9 Std.</td></tr>
<tr><th colspan="2">Summe Qualifikationsphase (Q2) – GRUNDKURS: 54 Stunden</th></tr>
</table>

Qualifikationsphase (Q2) – LEISTUNGSKURS	
Unterrichtsvorhaben Q2-I **Thema:** *Natürlich: Exponentialfunktionen und Logarithmus (Q-LK-A5)* **Zentrale Kompetenzen:** • Problemlösen • Werkzeuge nutzen **Inhaltsfeld:** Funktionen und Analysis (A) **Inhaltlicher Schwerpunkt:** • Fortführung der Differentialrechnung **Zeitbedarf**: 20 Std.	*Unterrichtsvorhaben Q2-II:* **Thema:** *Modellieren (nicht nur) mit Exponentialfunktionen (Q-LK-A6)* **Zentrale Kompetenzen:** • Modellieren **Inhaltsfeld:** Funktionen und Analysis (A) **Inhaltliche Schwerpunkte:** • Fortführung der Differentialrechnung • Integralrechnung **Zeitbedarf**: 20 Std.
Unterrichtsvorhaben Q2-III: **Thema:** Von stochastischen Modellen, Zufallsgrößen, Wahrscheinlichkeitsverteilungen und ihre Kenngrößen (Q-LK-S1) **Zentrale Kompetenzen:** • Modellieren **Inhaltsfeld:** Stochastik (S) **Inhaltlicher Schwerpunkt:** • Kenngrößen von Wahrscheinlichkeitsverteilungen **Zeitbedarf:** 5 Std.	*Unterrichtsvorhaben Q2-IV:* **Thema:** Treffer oder nicht? – Bernoulliexperimente und Binomialverteilungen (Q-LK-S2) **Zentrale Kompetenzen:** • Modellieren **Inhaltsfeld:** Stochastik (S) **Inhaltlicher Schwerpunkt:** • Kenngrößen von Wahrscheinlichkeitsverteilungen **Zeitbedarf:** 5 Std.

Qualifikationsphase (Q2) – LEISTUNGSKURS Fortsetzung	
<u>*Unterrichtsvorhaben Q2-V:*</u> **Thema:** *Untersuchung charakteristischer Größen von Binomialverteilungen (Q-LK-S3)* **Zentrale Kompetenzen:** • Problemlösen **Inhaltsfeld:** Stochastik (S) **Inhaltlicher Schwerpunkt:** • Binomialverteilung **Zeitbedarf:** 5 Std	<u>*Unterrichtsvorhaben Q2-VI:*</u> **Thema:** *Signifikant und relevant? – Testen von Hypothesen (Q-LK-S4)* **Zentrale Kompetenzen:** • Modellieren • Kommunizieren **Inhaltsfeld:** Stochastik (S) **Inhaltlicher Schwerpunkt:** • Testen von Hypothesen **Zeitbedarf:** 10 Std.
<u>*Unterrichtsvorhaben Q2-VII:*</u> **Thema:** *Ist die Glocke normal? (Q-LK-S5)* **Zentrale Kompetenzen:** • Modellieren • Problemlösen • Werkzeuge nutzen **Inhaltsfeld:** Stochastik (S) **Inhaltlicher Schwerpunkt:** • Normalverteilung **Zeitbedarf:** 10 Std.	<u>*Unterrichtsvorhaben Q2-VIII:*</u> **Thema:** *Von Übergängen und Prozessen (Q-LK-S6)* **Zentrale Kompetenzen:** • Modellieren • Argumentieren **Inhaltsfeld:** Stochastik (S) **Inhaltlicher Schwerpunkt:** • Stochastische Prozesse **Zeitbedarf:** 10 Std.
<u>Summe Qualifikationsphase (Q2) – LEISTUNGSKURS: 90 Stunden</u>	

2.1.2 Konkretisierte Unterrichtsvorhaben

2.1.2.2 Einführungsphase (EF)

Unterrichtsvorhaben EF-I: **Thema:** Den Zufall im Griff – Modellierung von Zufallsprozessen (E-S1) **Zeitbedarf:** 9 Std.

Zentrale Kompetenzen: ➢ Modellieren ➢ Werkzeuge nutzen **Inhaltsfeld:** Stochastik (S) **Inhaltlicher Schwerpunkt:** ➢ Mehrstufige Zufallsexperimente **Zu entwickelnde Kompetenzen** **Inhaltsbezogene Kompetenzen:** *Die Schülerinnen und Schüler* ➢ deuten Alltagssituationen als Zufallsexperimente ➢ simulieren Zufallsexperimente ➢ verwenden Urnenmodelle zur Beschreibung von Zufallsprozessen ➢ stellen Wahrscheinlichkeitsverteilungen auf und führen Erwartungswertbetrachtungen durch ➢ beschreiben mehrstufige Zufallsexperimente und ermitteln Wahrscheinlichkeiten (Pfadregeln) **Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte):** **Modellieren** *Die Schülerinnen und Schüler* ➢ treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor (Strukturieren) ➢ übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle (Mathematisieren) ➢ erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (Mathematisieren) **Werkzeuge nutzen** *Die Schülerinnen und Schüler* ➢ verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum Generieren von Zufallszahlen, Variieren der Parameter von Wahrscheinlichkeitsverteilungen, Erstellen der Histogramme von Wahrscheinlichkeitsverteilungen, Berechnen der Kennzahlen von Wahrscheinlichkeitsverteilungen (Erwartungswert)	**Vorhabenbezogene Empfehlungen** *Beim Einstieg ist eine Beschränkung auf Beispiele aus dem Bereich Glücksspiele zu vermeiden. Einen geeigneten Kontext bietet die Methode der Zufallsantworten bei sensitiven Umfragen.* Der Einsatz des Stochastikkoffers wird empfohlen. Zur Modellierung von Wirklichkeit werden durchgängig Simulationen – auch unter Verwendung von digitalen Werkzeugen (GTR, Tabellenkalkulation) – geplant und durchgeführt (Zufallsgenerator). Das Urnenmodell wird auch verwendet, um grundlegende Zählprinzipien wie das Ziehen mit/ohne Zurücklegen und mit/ohne Berücksichtigung der Reihenfolge zu thematisieren. Die zentralen Begriffe Wahrscheinlichkeitsverteilung und Erwartungswert werden im Kontext von Glücksspielen erarbeitet und können durch zunehmende Komplexität der Spielsituationen vertieft werden. Digitale Werkzeuge werden zur Visualisierung von Wahrscheinlichkeitsverteilungen (Histogramme) und zur Entlastung von händischem Rechnen verwendet.

Unterrichtsvorhaben EF-II:

Thema: Testergebnisse richtig interpretieren – Umgang mit bedingten Wahrscheinlichkeiten (E-S2) **Zeitbedarf:** 9 Std.

Zentrale Kompetenzen:

- Modellieren
- Kommunizieren

Inhaltsfeld: Stochastik (S)

Inhaltlicher Schwerpunkt:

- Bedingte Wahrscheinlichkeiten

Zu entwickelnde Kompetenzen

Inhaltsbezogene Kompetenzen:

Die Schülerinnen und Schüler

- modellieren Sachverhalte mit Hilfe von Baumdiagrammen und Vier-oder Mehrfeldertafeln
- bestimmen bedingte Wahrscheinlichkeiten
- prüfen Teilvorgänge mehrstufiger Zufallsexperimente auf stochastische Unabhängigkeit
- bearbeiten Problemstellungen im Kontext bedingter Wahrscheinlichkeiten.

Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte):

Modellieren

Die Schülerinnen und Schüler

- erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (Strukturieren)
- erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (Mathematisieren)
- beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (Validieren)

Kommunizieren

Die Schülerinnen und Schüler

- erfassen, strukturieren und formalisieren Informationen aus zunehmend komplexen mathematikhaltigen Texten […] (Rezipieren)
- wechseln flexibel zwischen mathematischen Darstellungsformen (Produzieren)

Vorhabenbezogene Empfehlungen

Als Einstiegskontext zur Erarbeitung des fachlichen Inhaltes könnte das HIV-Testverfahren dienen, eine Möglichkeit zur Vertiefung böte dann die Betrachtung eines Diagnosetests zu einer häufiger auftretenden Erkrankung (z. B. Grippe).

Um die Übertragbarkeit des Verfahrens zu sichern, sollen insgesamt mindestens zwei Beispiele aus unterschiedlichen Kontexten betrachtet werden.

Zur Förderung des Verständnisses der Wahrscheinlichkeitsaussagen werden parallel Darstellungen mit absoluten Häufigkeiten verwendet.

Die Schülerinnen und Schüler sollen zwischen verschiedenen Darstellungsformen (Baumdiagramm, Mehrfeldertafel) wechseln können und diese zur Berechnung bedingter Wahrscheinlichkeiten beim Vertauschen von Merkmal und Bedingung und zum Rückschluss auf unbekannte Astwahrscheinlichkeiten nutzen können.

Bei der Erfassung stochastischer Zusammenhänge ist die Unterscheidung von Wahrscheinlichkeiten des Typs $P(A \cap B)$ von bedingten Wahrscheinlichkeiten – auch sprachlich – von besonderer Bedeutung.

Unterrichtsvorhaben EF-III:

Thema: *Beschreibung der Eigenschaften von Funktionen und deren Nutzung im Kontext (E-A1)* **Zeitbedarf**: 15 Std.

Zentrale Kompetenzen: ➢ Modellieren ➢ Werkzeuge nutzen **Inhaltsfeld**: Funktionen und Analysis (A) **Inhaltlicher Schwerpunkt**: ➢ Grundlegende Eigenschaften von Potenz-, Exponential- und Sinusfunktionen **Zu entwickelnde Kompetenzen** **Inhaltsbezogene Kompetenzen:** *Die Schülerinnen und Schüler* ➢ beschreiben die Eigenschaften von Potenzfunktionen mit ganzzahligen Exponenten sowie quadratischen und kubischen Wurzelfunktionen ➢ beschreiben Wachstumsprozesse mithilfe linearer Funktionen und Exponentialfunktionen ➢ wenden einfache Transformationen (Streckung, Verschiebung) auf Funktionen (Sinusfunktion, quadratische Funktionen, Potenzfunktionen, Exponentialfunktionen) an und deuten die zugehörigen Parameter **Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte):** ***Modellieren*** *Die Schülerinnen und Schüler* ➢ erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (Strukturieren) ➢ übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle (Mathematisieren) ***Werkzeuge nutzen*** *Die Schülerinnen und Schüler* ➢ nutzen Tabellenkalkulation, Funktionenplotter und grafikfähige Taschenrechner ➢ verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum Darstellen von Funktionen grafisch und als Wertetabelle, zum zielgerichteten Variieren der Parameter von Funktionen	**Vorhabenbezogene Empfehlungen** Algebraische Rechentechniken werden grundsätzlich parallel vermittelt und diagnosegestützt geübt (bei Bedarf durch differenzierende, individuelle Zusatzangebote aus Aufgabensammlungen). Dem oft erhöhten Angleichungs- und Förderbedarf von Schulformwechslern wird ebenfalls durch gezielte individuelle Angebote Rechnung getragen. *Hilfreich kann es sein, dabei die Kompetenzen der Mitschülerinnen und Mitschüler (z. B. durch Kurzvorträge) zu nutzen.* Ein besonderes Augenmerk muss auf die Einführung in die elementaren Bedienkompetenzen der verwendeten Software und des GTR gerichtet werden. *Als Kontext für die Beschäftigung mit Wachstumsprozessen können zunächst Realsituationen (lineare u. exponentielle) betrachtet und mit dem GTR verglichen werden.* Für kontinuierliche Prozesse und den Übergang zu Exponentialfunktionen werden verschiedene Kontexte (z. B. Bakterienwachstum, Abkühlung) untersucht. Anknüpfend an die Erfahrungen aus der SI werden dann quadratische Funktionen (Scheitelpunktform) und Parabeln unter dem Transformationsaspekt betrachtet. Systematisches Erkunden mithilfe des GTR eröffnet den Zugang zu Potenzfunktionen.

Unterrichtsvorhaben EF-IV:

Thema: Von der durchschnittlichen zur lokalen Änderungsrate (E-A2)

Zeitbedarf: 12 Std.

<table>
<tr>
<td>

Zentrale Kompetenzen:
- Argumentieren
- Werkzeuge nutzen

Inhaltsfeld: Funktionen und Analysis (A)
Inhaltlicher Schwerpunkt:
- Grundverständnis des Ableitungsbegriffs

Zu entwickelnde Kompetenzen

Inhaltsbezogene Kompetenzen:
Die Schülerinnen und Schüler
- berechnen durchschnittliche und lokale Änderungsraten und interpretieren sie im Kontext
- erläutern qualitativ auf der Grundlage eines propädeutischen Grenzwertbegriffs an Beispielen den Übergang von der durchschnittlichen zur lokalen Änderungsrate
- deuten die Tangente als Grenzlage einer Folge von Sekanten
- deuten die Ableitung an einer Stelle als lokale Änderungsrate/ Tangentensteigung
- beschreiben und interpretieren Änderungsraten funktional (Ableitungsfunktion)
- leiten Funktionen graphisch ab
- begründen Eigenschaften von Funktionsgraphen (Monotonie, Extrempunkte) mit Hilfe der Graphen der Ableitungsfunktionen

Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte):

Argumentieren (Vermuten)
Die Schülerinnen und Schüler
- stellen Vermutungen auf
- unterstützen Vermutungen beispielgebunden
- präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur

Werkzeuge nutzen
Die Schülerinnen und Schüler
- verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum Darstellen von Funktionen grafisch und als Wertetabelle, zum grafischen Messen von Steigungen
- nutzen mathematische Hilfsmittel und digitale Werkzeuge zum Erkunden und Recherchieren, Berechnen und Darstellen

</td>
<td>

Vorhabenbezogene Empfehlungen

Für den Einstieg wird ein Stationenlernen zu durchschnittlichen Änderungsraten in unterschiedlichen Sachzusammenhängen empfohlen, die auch im weiteren Verlauf immer wieder auftauchen (z. B. Bewegungen, Zu- und Abflüsse, Höhen-profil, Temperaturmessung, Aktienkurse, Entwicklung regenerativer Energien, Wirk- oder Schadstoffkonzentration, Wachstum, Kosten- und Ertrags-entwicklung).
Der Begriff der lokalen Änderungsrate wird im Sinne eines spiraligen Curriculums verwendet.
Als Kontext für den Übergang von der durchschnittlichen zur lokalen Änderungsrate wird die vermeintliche Diskrepanz zwischen der Durchschnittsgeschwindigkeit bei einer längeren Fahrt und der durch ein Messgerät ermittelten Momentangeschwindigkeit genutzt.
Neben zeitabhängigen Vorgängen soll auch ein geometrischer Kontext betrachtet werden.
Dynamische-Geometrie-Software / GTR werden zur numerischen und geometrischen Darstellung des Grenzprozesses beim Übergang von der durchschnittlichen zur lokalen Änderungsrate bzw. der Sekanten zur Tangenten (Zoomen) eingesetzt.
Im Zusammenhang mit dem graphischen Ableiten und dem Begründen der Eigenschaften eines Funktionsgraphen sollen die SuS auch zum Vermuten, Begründen und Präzisieren ihrer Aussagen angehalten werden. Hier ist auch der Ort, den Begriff des Extrempunktes (lokal vs. global) zu präzisieren und dabei auch Sonderfälle, wie eine konstante Funktion, zu betrachten.

</td>
</tr>
</table>

Unterrichtsvorhaben EF-V:
Thema: Von den Potenzfunktionen zu den ganzrationalen Funktionen (E-A3)
Zeitbedarf: 12 Std.

Zentrale Kompetenzen:
- Problemlösen
- Argumentieren
- Werkzeuge nutzen

Inhaltsfeld: Funktionen und Analysis (A)
Inhaltlicher Schwerpunkt:
- Differentialrechnung ganzrationaler Funktionen

Zu entwickelnde Kompetenzen

Inhaltsbezogene Kompetenzen:
Die Schülerinnen und Schüler
- erläutern qualitativ auf der Grundlage eines propädeutischen Grenzwertbegriffs an Beispielen den Übergang von der durchschnittlichen zur lokalen Änderungsrate
- beschreiben und interpretieren Änderungsraten funktional (Ableitungsfunktion)
- leiten Funktionen graphisch ab
- begründen Eigenschaften von Funktionsgraphen (Monotonie, Extrempunkte) mit Hilfe der Graphen der Ableitungsfunktionen
- nutzen die Ableitungsregel für Potenzfunktionen mit natürlichen Exponenten
- wenden die Summen- und Faktorregel auf ganzrationale Funktionen an

Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte):

Problemlösen
Die Schülerinnen und Schüler
- analysieren und strukturieren die Problemsituation (Erkunden)
- erkennen Muster und Beziehungen (Erkunden)
- wählen geeignete Begriffe, Zusammenhänge und Verfahren zur Problemlösung aus (Lösen)

Argumentieren
Die Schülerinnen und Schüler
- präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur (Vermuten)
- nutzen mathematische Regeln bzw. Sätze und sachlogische Argumente für Begründungen (Begründen)
- überprüfen, inwiefern Ergebnisse, Begriffe und Regeln verallgemeinert werden können (Beurteilen)

Vorhabenbezogene Empfehlungen

Im Anschluss an Unterrichtsvorhaben IV (Thema E-A2) wird die Frage aufgeworfen, ob mehr als numerische und qualitative Untersuchungen in der Differentialrechnung möglich sind. Für eine quadratische Funktion wird der Grenzübergang z. B. mit Hilfe der „h-Methode“ exemplarisch durchgeführt.
Empfehlung: Durch Variation im Rahmen eines Gruppenpuzzles vermuten die SuS eine Formel für die Ableitung einer beliebigen quadratischen Funktion. Dabei vermuten sie auch das Grundprinzip der Linearität (ggf. auch des Verhaltens bei Verschiebungen in x-Richtung). Durch Analyse des Rechen-weges werden die Vermutungen erhärtet.

Um die Ableitungsregel für höhere Potenzen zu vermuten, nutzen die Schüler den GTR und die Möglichkeit, Werte der Ableitungsfunktionen näherungsweise zu tabellieren und zu plotten. Eine Beweisidee kann optional erarbeitet werden. Der Unterricht erweitert besonders Kompetenzen aus dem Bereich des Vermutens.
Kontexte spielen in diesem Unterrichts-vorhaben eine untergeordnete Rolle. Quadratische Funktionen können aber stets als Weg-Zeit-Funktion bei Fall- und Wurf- und anderen gleichförmig beschleunigten Bewegungen gedeutet werden.
Die Motivation zur Beschäftigung mit Polynomfunktionen kann durch eine Optimierungsaufgabe geweckt werden. Die verschiedenen Möglichkeiten, eine Schachtel aus einem DIN-A4-Blatt herzustellen, führen insbesondere auf Poly-nomfunktionen vom Grad 3. Hier können sich alle bislang erarbeiteten Regeln bewähren.
Ganzrationale Funktionen vom Grad 3 werden Gegenstand einer qualitativen

Werkzeuge nutzen *Die Schülerinnen und Schüler* ➢ verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum Lösen von Gleichungen, zum zielgerichteten Variieren der Parameter von Funktionen	Erkundung mit dem GTR, wobei Parameter gezielt variiert werden. Bei der Klassifizierung der Formen können die Begriffe aus Unterrichtsvorhaben IV (Thema E-A2) eingesetzt werden. Zusätzlich werden die Symmetrie zum Ursprung und das Globalverhalten untersucht. Die Vorteile einer Darstellung mithilfe von Linearfaktoren und die Bedeutung der Vielfachheit einer Nullstelle werden hier thematisiert. Dazu sollte die Polynomdivision bekannt sein. Durch gleichzeitiges Visualisieren der Ableitungsfunktion erklären SuS die Eigenschaften von ganzrationalen Funktionen 3. Grades durch die Eigenschaften der ihnen vertrauten quadratischen Funktionen. Zugleich entdecken sie die Zusammenhänge zwischen charakteristischen Punkten, woran in Unterrichtsvorhaben VI (Thema E-A4) angeknüpft wird.

Unterrichtsvorhaben EF-VI:

Thema: Entwicklung und Anwendung von Kriterien und Verfahren zur Untersuchung von Funktionen (E-A4) **Zeitbedarf**: 12 Std.

Zentrale Kompetenzen: ➢ Problemlösen ➢ Argumentieren **Inhaltsfeld**: Funktionen und Analysis (A) **Inhaltlicher Schwerpunkt**: ➢ Differentialrechnung ganzrationaler Funktionen **Zu entwickelnde Kompetenzen** **Inhaltsbezogene Kompetenzen:** *Die Schülerinnen und Schüler* ➢ leiten Funktionen graphisch ab ➢ nennen die Kosinusfunktion als Ableitung der Sinusfunktion ➢ begründen Eigenschaften von Funktionsgraphen (Monotonie, Extrempunkte) mit Hilfe der Graphen der Ableitungsfunktionen ➢ nutzen die Ableitungsregel für Potenzfunktionen mit natürlichem Exponente ➢ wenden die Summen- und Faktorregel auf ganzrationale Funktionen an ➢ lösen Polynomgleichungen, die sich durch	**Vorhabenbezogene Empfehlungen** Ein kurzes Wiederaufgreifen des graphischen Ableitens am Beispiel der Sinusfunktion führt zur Entdeckung, dass die Kosinusfunktion deren Ableitung ist. Für ganzrationale Funktionen werden die Zusammenhänge zwischen den Extrempunkten der Ausgangsfunktion und ihrer Ableitung durch die Betrachtung von Monotonieintervallen und der vier möglichen Vorzeichenwechsel an den Nullstellen der Ableitung untersucht. Die Schülerinnen und Schüler üben damit, vorstellungsbezogen zu argumentieren. Die Untersuchungen auf Symmetrien und Globalverhalten werden fortgesetzt. Bezüglich der Lösung von Gleichungen im Zusammenhang mit der Nullstellenbestimmung wird durch geeignete Aufgaben Gelegenheit zum Üben von Lösungsverfahren ohne

einfaches Ausklammern oder Substituieren auf lineare und quadratische Gleichungen zurückführen lassen, ohne digitale Hilfsmittel ➢ verwenden das notwendige Kriterium und das Vorzeichenwechselkriterium zur Bestimmung von Extrempunkten ➢ unterscheiden lokale und globale Extrema im Definitionsbereich ➢ verwenden am Graphen oder Term einer Funktion ablesbare Eigenschaften als Argumente beim Lösen von inner- und außermathematischen Problemen **Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte):** **Problemlösen** *Die Schülerinnen und Schüler* ➢ erkennen Muster und Beziehungen (Erkunden) ➢ nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (hier: Zurückführen auf Bekanntes) (Lösen) ➢ wählen geeignete Begriffe, Zusammenhänge und Verfahren zur Problemlösung aus (Lösen) **Argumentieren** *Die Schülerinnen und Schüler* ➢ präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur (Vermuten) ➢ nutzen mathematische Regeln bzw. Sätze und sachlogische Argumente für Begründungen (Begründen) ➢ berücksichtigen vermehrt logische Strukturen (notwendige / hinreichende Bedingung, Folgerungen […]) (Begründen) ➢ erkennen fehlerhafte Argumentationsketten und korrigieren sie (Beurteilen)	Verwendung des GTR gegeben. Der logische Unterschied zwischen notwendigen und hinreichenden Kriterien kann durch Multiple-Choice-Aufgaben vertieft werden, die rund um die Thematik der Funktionsuntersuchung von Polynomfunktionen Begründungsanlässe und die Möglichkeit der Einübung zentraler Begriffe bieten. Neben den Fällen, in denen das Vorzeichenwechselkriterium angewendet wird, werden die SuS auch mit Situationen konfrontiert, in denen sie mit den Eigenschaften des Graphen oder Terms argumentieren. So erzwingt z. B. Achsensymmetrie die Existenz eines Extrempunktes auf der Symmetrieachse. Beim Lösen von inner- und außermathematischen Problemen sollen auch Tangentengleichungen bestimmt werden.

Unterrichtsvorhaben EF-VII:

Thema: Unterwegs in 3D – Koordinatisierungen des Raumes (E-G1)

Zeitbedarf: 6 Std.

Zentrale Kompetenzen: ➢ Modellieren ➢ Kommunizieren **Inhaltsfeld**: Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G) **Inhaltlicher Schwerpunkt**: ➢ Koordinatisierungen des Raumes **Zu entwickelnde Kompetenzen**	**Vorhabenbezogene Empfehlungen** Ausgangspunkt ist eine Vergewisserung (z. B. in Form einer Mindmap) hinsichtlich der den SuS bereits bekannten Koordinatisierungen (GPS, geographische Koordinaten, kartesische Koordinaten, Robotersteuerung). *Die Auswahl zwischen kartesischen und*

Inhaltsbezogene Kompetenzen: *Die Schülerinnen und Schüler* ➢ wählen geeignete kartesische Koordinatisierungen für die Bearbeitung eines geometrischen Sachverhalts in der Ebene und im Raum ➢ stellen geometrische Objekte in einem räumlichen kartesischen Koordinatensystem dar **Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte):** **Modellieren** *Die Schülerinnen und Schüler* ➢ erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (Strukturieren) ➢ erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (Mathematisieren) **Kommunizieren (Produzieren)** *Die Schülerinnen und Schüler* ➢ wählen begründet eine geeignete Darstellungsform aus ➢ wechseln flexibel zwischen mathematischen Darstellungsformen	*anderen Koordinaten kann bei genügend zur Verfügung stehender Zeit im Kontext der Spidercam getroffen werden: Bewegung der Spidercam in einem kartesischen Koordinatensystem, Ausrichtung der Kamera in Kugelkoordinaten.* An geeigneten, nicht zu komplexen geometrischen Modellen (z. B. „unvollständigen“ Holzquadern) lernen die Schülerinnen und Schüler, ohne Verwendung einer DGS zwischen (verschiedenen) Schrägbildern einerseits und der Kombination aus Grund-, Auf- und Seitenriss andererseits zu wechseln, um ihr räumliches Vorstellungsvermögen zu entwickeln. Mithilfe einer DGS werden unterschiedliche Möglichkeiten ein Schrägbild zu zeichnen untersucht und hinsichtlich ihrer Wirkung beurteilt.

Unterrichtsvorhaben EF-VIII:

Thema: Vektoren bringen Bewegung in den Raum (E-G2) **Zeitbedarf**: 9 Std.

Zentrale Kompetenzen: ➢ Problemlösen **Inhaltsfeld**: Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G) **Inhaltlicher Schwerpunkt**: ➢ Vektoren und Vektoroperationen **Zu entwickelnde Kompetenzen** **Inhaltsbezogene Kompetenzen:** *Die Schülerinnen und Schüler* ➢ deuten Vektoren (in Koordinatendarstellung) als Verschiebungen und kennzeichnen Punkte im Raum durch Ortsvektoren ➢ stellen gerichtete Größen (z. B. Geschwindigkeit, Kraft) durch Vektoren dar ➢ berechnen Längen von Vektoren und Abstände zwischen Punkten mit Hilfe des Satzes von Pythagoras ➢ addieren Vektoren, multiplizieren Vektoren mit	**Vorhabenbezogene Empfehlungen** *Neben anderen Kontexten kann auch hier die Spidercam verwendet werden, und zwar um Kräfte und ihre Addition in Anlehnung an die Kenntnisse aus dem Physikunterricht der SI als Beispiel für vektorielle Größen zu nutzen.* Durch Operieren mit Verschiebungspfeilen werden einfache geometrische Problemstellungen gelöst: Beschreibung von Diagonalen (insbesondere zur Charakterisierung von Viereckstypen), Auffinden von Mittelpunkten (ggf. auch Schwerpunkten), Untersuchung auf Parallelität.

einem Skalar und untersuchen Vektoren auf Kollinearität ➢ weisen Eigenschaften von besonderen Dreiecken und Vierecken mithilfe von Vektoren nach **Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte):** **Problemlösen** *Die Schülerinnen und Schüler* ➢ entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege (Lösen) ➢ setzen ausgewählte Routineverfahren auch hilfsmittelfrei zur Lösung ein (Lösen) ➢ wählen geeignete Begriffe, Zusammenhänge und Verfahren zur Problemlösung aus (Lösen)	

2.1.2.2 Qualifikationsphase I (Q1)

2.1.2.2.1 Grundkurs

Unterrichtsvorhaben Q1-I:
Thema: Beschreibung von Bewegungen und Schattenwurf mit Geraden (Q1-GK-G1)
Zeitbedarf: 9 Std.

Zentrale Kompetenzen: ➢ Modellieren ➢ Werkzeuge nutzen **Inhaltsfeld:** Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G) **Inhaltlicher Schwerpunkt**: ➢ Darstellung und Untersuchung geometrischer Objekte (Geraden) **Zu entwickelnde Kompetenzen** **Inhaltsbezogene Kompetenzen:** *Die Schülerinnen und Schüler* ➢ stellen Geraden und Strecken in Parameterform dar ➢ interpretieren den Parameter von Geradengleichungen im Sachkontext **Prozessbezogene Kompetenzen:** **Modellieren** *Die Schülerinnen und Schüler* ➢ erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete	**Vorhabenbezogene Empfehlungen** Zum Einstieg wird die rein geometrische Frage aufgeworfen, wie eine Gerade durch zwei Punkte zu beschreiben ist. Hierbei wird herausgearbeitet, dass zwischen unterschiedlichen Parametrisierungen einer Geraden gewechselt werden kann. Punktproben sowie die Berechnung von Schnittpunkten mit den Grundebenen sollen auch hilfsmittelfrei durchgeführt werden. Die Darstellung in räumlichen Koordinatensystemen sollte hinreichend geübt werden. Der Einsatz des 3D-Modells hilft hier bei der Schulung des räumlichen Vorstellungsvermögens. Auf dieser Grundlage können z. B. Schattenwürfe von Gebäuden in Parallel- und Zentralprojektion auf eine der Grund-ebenen berechnet und zeichnerisch dargestellt werden. Der Einsatz der DGS bietet hier die zusätzliche Möglichkeit, dass der Ort der Strahlenquelle variiert

Fragestellung (Strukturieren) ➢ treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor (Strukturieren) ➢ übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle (Mathematisieren) ➢ erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (Mathematisieren) ➢ beurteilen die Angemessenheit aufgestellter (ggf. konkurrierender) Modelle für die Fragestellung (Validieren) ➢ verbessern aufgestellte Modelle mit Blick auf die Fragestellung (Validieren) ***Werkzeuge nutzen*** *Die Schülerinnen und Schüler* ➢ nutzen Geodreiecke […] geometrische Modelle und Dynamische-Geometrie-Software ➢ verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum o grafischen Darstellen von Ortsvektoren, Vektorsummen und Geraden o Darstellen von Objekten im Raum	werden kann. Inhaltlich schließt die Behandlung von Schrägbildern an das Thema E-G1 an. Lineare Bewegungen werden z. B. im Kontext von Flugbahnen (Kondensstreifen) durch Startpunkt, Zeitparameter und Geschwindigkeitsvektor beschrieben und dynamisch mit DGS dargestellt. Dabei sollten Modellierungsfragen (reale Geschwindigkeiten, Größe der Flugobjekte, Flugebenen) einbezogen werden. Eine Vertiefung kann darin bestehen, den Betrag der Geschwindigkeit zu variieren.

Unterrichtsvorhaben Q1-II:

Thema: Eine Sache der Logik und der Begriffe: Untersuchung von Lagebeziehungen von Geraden (Q1-GK-G2) **Zeitbedarf**: 6 Std.

Zentrale Kompetenzen: ➢ Argumentieren ➢ Kommunizieren **Inhaltsfeld:** Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G) **Inhaltlicher Schwerpunkt:** ➢ Lagebeziehungen von Geraden **Zu entwickelnde Kompetenzen** **Inhaltsbezogene Kompetenzen:** *Die Schülerinnen und Schüler* ➢ untersuchen Lagebeziehungen zwischen zwei Geraden […] **Prozessbezogene Kompetenzen:** ***Argumentieren***	**Vorhabenbezogene Empfehlungen** Der Fokus der Untersuchung von Lagebeziehungen liegt auf dem logischen Aspekt einer vollständigen Klassifizierung sowie einer präzisen Begriffsbildung (z. B. Trennung der Begriffe „parallel“, „echt parallel“, „identisch“). Flussdiagramme und Tabellen sind ein geeignetes Mittel, solche Algorithmen darzustellen. Geeignete Darstellungen werden zunächst in Kleingruppen unter Verwendung der Fachsprache entwickelt und dann mit der ganzen Lerngruppe optimiert. Eine analoge Bearbeitung der in Q-GK-G2 erarbeiteten Beziehungen zwischen Geraden und Ebenen bietet sich an.

Die Schülerinnen und Schüler ➢ präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur (Vermuten) ➢ stellen Zusammenhänge zwischen Begriffen her (Ober- / Unterbegriff) (Begründen) ➢ nutzen mathematische Regeln bzw. Sätze und sachlogische Argumente für Begründungen (Begründen) ➢ berücksichtigen vermehrt logische Strukturen (notwendige / hinreichende Bedingung, Folgerungen / Äquivalenz, Und- / Oder-Verknüpfungen, Negation, All- und Existenzaussagen) (Begründen) ➢ überprüfen, inwiefern Ergebnisse, Begriffe und Regeln verallgemeinert werden können (Beurteilen) ***Kommunizieren*** *Die Schülerinnen und Schüler* ➢ erläutern mathematische Begriffe in theoretischen und in Sachzusammenhängen (Rezipieren) ➢ verwenden die Fachsprache und fachspezifische Notation in angemessenem Umfang (Produzieren) ➢ wechseln flexibel zwischen mathematischen Darstellungsformen (Produzieren) ➢ erstellen Ausarbeitungen und präsentieren sie (Produzieren) ➢ vergleichen und beurteilen ausgearbeitete Lösungen hinsichtlich ihrer Verständlichkeit und fachsprachlichen Qualität (Diskutieren)	

Unterrichtsvorhaben Q1-III:

Thema: Lineare Algebra als Schlüssel zur Lösung von geometrischen Problemen (Q1-GK-G3)

Zeitbedarf: 9 Std.

Zentrale Kompetenzen: ➢ Problemlösen ➢ Werkzeuge nutzen **Inhaltsfeld:** Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G) **Inhaltliche Schwerpunkte:** ➢ Darstellung und Untersuchung geometrischer Objekte (Ebenen) ➢ Lineare Gleichungssysteme **Zu entwickelnde Kompetenzen**	**Vorhabenbezogene Empfehlungen** In diesem Unterrichtsvorhaben werden Problemlösekompetenzen erworben, indem sich heuristische Strategien bewusstgemacht werden (eine planerische Skizze anfertigen, die gegebenen geometrischen Objekte abstrakt beschreiben, geometrische Hilfsobjekte einführen, bekannte Verfahren zielgerichtet einsetzen und in komplexeren Abläufen kombinieren und unterschiedliche Lösungswege

Inhaltsbezogene Kompetenzen: *Die Schülerinnen und Schüler* ➢ stellen Ebenen in Parameterform dar ➢ untersuchen Lagebeziehungen […] zwischen Geraden und Ebenen ➢ berechnen Schnittpunkte von Geraden sowie Durchstoßpunkte von Geraden mit Ebenen und deuten sie im Sachkontext ➢ stellen lineare Gleichungssysteme in Matrix-Vektor-Schreibweise dar ➢ beschreiben den Gauß-Algorithmus als Lösungsverfahren für lineare Gleichungssysteme ➢ interpretieren die Lösungsmenge von linearen Gleichungssystemen **Prozessbezogene Kompetenzen:** ***Problemlösen*** *Die Schülerinnen und Schüler* ➢ wählen heuristische Hilfsmittel (z. B. Skizze, informative Figur, Tabelle, experimentelle Verfahren) aus, um die Situation zu erfassen (Erkunden) ➢ entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege (Lösen) ➢ wählen Werkzeuge aus, die den Lösungsweg unterstützen (Lösen) ➢ nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (z. B. [...] Darstellungswechsel, Zerlegen und Ergänzen, Symmetrien verwenden, Invarianten finden, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme, Fallunterscheidungen, Vorwärts- und Rückwärtsarbeiten, […]) (Lösen) ➢ führen einen Lösungsplan zielgerichtet aus (Lösen) ➢ vergleichen verschiedene Lösungswege bezüglich Unterschieden und Gemeinsamkeiten (Reflektieren) ➢ beurteilen und optimieren Lösungswege mit Blick auf Richtigkeit und Effizienz (Reflektieren) ➢ analysieren und reflektieren Ursachen von Fehlern (Reflektieren) ***Werkzeuge nutzen*** *Die Schülerinnen und Schüler* ➢ verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum Lösen von Gleichungen und Gleichungssystemen	kriteriengestützt vergleichen). Punktproben sowie die Berechnung von Spurgeraden in den Grundebenen und von Schnittpunkten mit den Koordinatenachsen führen zunächst noch zu einfachen Gleichungssystemen. Die Achsenabschnitte erlauben eine Darstellung in einem räumlichen Koordinatensystem. Die Untersuchung von Schattenwürfen eines Mastes auf eine Dachfläche z. B. motiviert eine Fortführung der systematischen Auseinandersetzung (Q-GK-A2) mit linearen Gleichungssystemen, mit der Matrix-Vektor-Schreibweise und/oder mit dem Gauß-Verfahren. Die Lösungsmengen werden mit und ohne GTR bestimmt, zentrale Werkzeugkompetenz in diesem Unterrichtsvorhaben ist die Interpretation des angezeigten Lösungsvektors bzw. der reduzierten Matrix. Die Vernetzung der geometrischen Vorstellung (Lagebeziehung) und der algebraischen Formalisierung sollte stets deutlich werden.

Unterrichtsvorhaben Q1-IV:

Thema: Räume vermessen – mit dem Skalarprodukt Polygone und Polyeder untersuchen (Q1-GK-G4) **Zeitbedarf**: 9 Std.

Zentrale Kompetenzen: ➢ Problemlösen **Inhaltsfeld:** Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G) **Inhaltlicher Schwerpunkt:** ➢ Skalarprodukt **Zu entwickelnde Kompetenzen** **Inhaltsbezogene Kompetenzen:** *Die Schülerinnen und Schüler* ➢ deuten das Skalarprodukt geometrisch, berechnen es und stellen die Normal- / Koordinatenform der Ebene auf ➢ untersuchen mit Hilfe des Skalarprodukts geometrische Objekte und Situationen im Raum (Orthogonalität, Winkel- und Längenberechnung) **Prozessbezogene Kompetenzen:** ***Problemlösen*** *Die Schülerinnen und Schüler* ➢ erkennen und formulieren einfache und komplexe mathematische Probleme (Erkunden) ➢ analysieren und strukturieren die Problemsituation (Erkunden) ➢ entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege (Lösen) ➢ nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (z. B. […] Darstellungswechsel, Zerlegen und Ergänzen, Symmetrien verwenden, Invarianten finden, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme, Fallunterscheidungen, Vorwärts- und Rückwärtsarbeiten, […]) (Lösen) ➢ wählen geeignete Begriffe, Zusammenhänge und Verfahren zur Problemlösung aus (Lösen) ➢ beurteilen und optimieren Lösungswege mit Blick auf Richtigkeit und Effizienz (Reflektieren)	**Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen** Das Skalarprodukt wird zunächst als Indikator für Orthogonalität aus einer Anwendung des Satzes von Pythagoras entwickelt. Tetraeder, Pyramiden, Würfel, Prismen und Oktaeder bieten vielfältige Anlässe für (im Sinne des Problemlösens offen angelegte) exemplarische geometrische Untersuchungen und können auf reale Objekte (z. B. Gebäude) bezogen werden. Dabei kann z. B. der Nachweis von Dreiecks- bzw. Viereckstypen (anknüpfend an das Thema E-G2) wiederaufgenommen werden. Wo möglich, werden auch elementargeometrische Lösungswege als Alternative aufgezeigt. In einem geeigneten Anwendungskontext kann das Abstandsproblem Punkt-Gerade diskutiert werden.

Unterrichtsvorhaben Q1-V:

Thema: Funktionen beschreiben Formen – Modellieren von Sachsituationen mit ganzrationalen Funktionen (Q1-GK-A1) **Zeitbedarf**: 15 Std.

Zentrale Kompetenzen:

- Modellieren
- Werkzeuge nutzen

Inhaltsfelder: Funktionen und Analysis (A)
Lineare Algebra (G)

Inhaltliche Schwerpunkte:

- Funktionen als mathematische Modelle (Steckbriefaufgaben)
- Lineare Gleichungssysteme

Zu entwickelnde Kompetenzen

Inhaltsbezogene Kompetenzen:

Die Schülerinnen und Schüler

- bestimmen Parameter einer Funktion mithilfe von Bedingungen, die sich aus dem Kontext ergeben („Steckbriefaufgaben")
- beschreiben das Krümmungsverhalten des Graphen einer Funktion mit Hilfe der 2. Ableitung
- verwenden notwendige Kriterien und Vorzeichenwechselkriterien sowie weitere hinreichende Kriterien zur Bestimmung von Extrem- und Wendepunkten
- beschreiben den Gauß-Algorithmus als Lösungsverfahren für lineare Gleichungssysteme
- wenden den Gauß-Algorithmus ohne digitale Werkzeuge auf Gleichungssysteme mit maximal drei Unbekannten an, die mit geringem Rechenaufwand lösbar sind

Prozessbezogene Kompetenzen:

Modellieren
Die Schülerinnen und Schüler

- erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (Strukturieren)
- treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor (Strukturieren)
- übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle (Mathematisieren)
- erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (Mathematisieren)
- beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (Validieren)

Vorhabenbezogene Empfehlungen

Anknüpfend an die Einführungsphase (vgl. Thema E-A1) werden an einem Beispiel in einem geeigneten Kontext (z. B. Fotos von Brücken, Gebäuden, Flugbahnen) die Parameter der Scheitelpunktform einer quadratischen Funktion angepasst. Anschließend werden aus gegebenen Punkten Gleichungssysteme für die Parameter der Normalform aufgestellt.
Die Beschreibung von Links- und Rechtskurven über die Zu- und Abnahme der Steigung führt zu einer geometrischen Deutung der zweiten Ableitung einer Funktion als „Krümmung" des Graphen und zur Betrachtung von Wendepunkten. Als Kontext hierzu können z. B. Trassierungsprobleme gewählt werden.
Die simultane Betrachtung beider Ableitungen führt zur Entdeckung eines weiteren hinreichenden Kriteriums für Extrempunkte. Anhand einer Funktion mit Sattelpunkt wird die Grenze dieses hinreichenden Kriteriums entdeckt. Vor- und Nachteile der beiden hinreichenden Kriterien werden abschließend von den Lernenden kritisch bewertet.
Designobjekte oder architektonische Formen können zum Anlass genommen werden, die Funktionsklassen zur Modellierung auf ganzrationale Funktionen 3. oder 4. Grades zu erweitern und über gegebene Punkte, Symmetrieüberlegungen und Bedingungen an die Ableitung Gleichungen zur Bestimmung der Parameter aufzustellen. Hier bieten sich nach einem einführenden Beispiel offene Unterrichtsformen (z. B. Lerntheke) an.
Schülerinnen und Schüler erhalten Gelegenheit, über Grundannahmen der Modellierung (Grad der Funktion, Symmetrie, Lage im Koordinatensystem, Ausschnitt) selbst zu entscheiden, deren Angemessenheit zu reflektieren und ggf. Veränderungen vorzunehmen.
Damit nicht bereits zu Beginn algebraische

➢ beurteilen die Angemessenheit aufgestellter (ggf. konkurrierender) Modelle für die Fragestellung (Validieren) ➢ verbessern aufgestellte Modelle mit Blick auf die Fragestellung (Validieren) ➢ reflektieren die Abhängigkeit einer Lösung von den getroffenen Annahmen (Validieren) ***Werkzeuge nutzen*** *Die Schülerinnen und Schüler* ➢ nutzen mathematische Hilfsmittel und digitale Werkzeuge zum Erkunden […], Berechnen und Darstellen ➢ verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum o Lösen von Gleichungen und Gleichungssystemen o zielgerichteten Variieren der Parameter von Funktionen	Schwierigkeiten den zentralen Aspekt der Modellierung überlagern, wird empfohlen, zunächst den GTR einzusetzen und dann das Gaußverfahren zu wiederholen und für einige gut überschaubare Systeme mit drei Unbekannten auch ohne digitale Werkzeuge durchzuführen

Unterrichtsvorhaben Q1-VI:

Thema: Optimierungsprobleme (Q1-GK-A2) **Zeitbedarf**: 9 Std.

Zentrale Kompetenzen: ➢ Modellieren ➢ Problemlösen **Inhaltsfeld:** Funktionen und Analysis (A) **Inhaltlicher Schwerpunkt:** ➢ Funktionen als mathematische Modelle (Extremwertprobleme) **Zu entwickelnde Kompetenzen** **Inhaltsbezogene Kompetenzen:** *Die Schülerinnen und Schüler* ➢ führen Extremalprobleme durch Kombination mit Nebenbedingungen auf Funktionen einer Variablen zurück und lösen diese ➢ verwenden notwendige Kriterien und Vorzeichenwechselkriterien […] zur Bestimmung von Extrem- und Wendepunkten **Prozessbezogene Kompetenzen:**	**Vorhabenbezogene Empfehlungen** *Das Aufstellen der Funktionsgleichungen fördert Problemlösestrategien. Es wird deshalb empfohlen, den Lernenden hinreichend Zeit zu geben, u. a. mit Methoden des kooperativen Lernens selbstständig zu Zielfunktionen zu kommen.* An Problemen, die auf quadratische Zielfunktionen führen, sollten auch unterschiedliche Lösungswege aufgezeigt und verglichen werden. Hier bietet es sich außerdem an, Lösungsverfahren auch ohne digitale Hilfsmittel einzuüben. An mindestens einem Problem entdecken die Schülerinnen und Schüler die Notwendigkeit, Randextrema zu betrachten (z. B. Glasscheibe oder verschiedene Varianten des „Hühnerhofs“).

Modellieren *Die Schülerinnen und Schüler* ➢ treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor. (Strukturieren) ➢ übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle (Mathematisieren) ➢ erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (Mathematisieren) ➢ beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (Validieren) ➢ beurteilen die Angemessenheit aufgestellter (ggf. konkurrierender) Modelle für die Fragestellung (Validieren) ***Problemlösen*** *Die Schülerinnen und Schüler* ➢ finden und stellen Fragen zu einer gegebenen Problemsituation (Erkunden) ➢ wählen heuristische Hilfsmittel (z. B. Skizze, informative Figur, Tabelle …) aus, um die Situation zu erfassen (Erkunden) ➢ nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (z. B. systematisches Probieren, Darstellungswechsel, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme, Verallgemeinern …) (Lösen) ➢ setzen ausgewählte Routineverfahren auch hilfsmittelfrei zur Lösung ein (Lösen) ➢ berücksichtigen einschränkende Bedingungen (Lösen) ➢ führen einen Lösungsplan zielgerichtet aus (Lösen) ➢ vergleichen verschiedene Lösungswege bezüglich Unterschieden und Gemeinsamkeiten (Reflektieren)	Ein Verpackungsproblem (Dose oder Milchtüte) wird unter dem Aspekt der Modellvalidierung/Modellkritik untersucht. Stellen extremaler Steigung eines Funktionsgraphen werden im Rahmen geeigneter Kontexte (z. B. Neuverschuldung und Schulden oder Besucherströme in einen Freizeitpark/zu einer Messe und erforderlicher Personaleinsatz) thematisiert und dabei der zweiten Ableitung eine anschauliche Bedeutung als Zu- und Abnahmerate der Änderungsrate der Funktion verliehen.

Unterrichtsvorhaben Q1-VII:

Thema: Von der Änderungsrate zum Bestand (Q1-GK-A3) **Zeitbedarf**: 9 Std.

Zentrale Kompetenzen: ➢ Kommunizieren **Inhaltsfeld:** Funktionen und Analysis (A) **Inhaltlicher Schwerpunkt:** ➢ Grundverständnis des Integralbegriffs **Zu entwickelnde Kompetenzen**	**Vorhabenbezogene Empfehlungen** Der Einstieg kann über ein Stationenlernen oder eine arbeitsteilige Gruppenarbeit erfolgen, in der sich die Schülerinnen und Schüler selbstständig eine Breite an Kontexten, in denen von einer Änderungsrate auf den Bestand geschlossen wird, erarbeiten. Die

Inhaltsbezogene Kompetenzen: *Die Schülerinnen und Schüler* ➢ interpretieren Produktsummen im Kontext als Rekonstruktion des Gesamtbestandes oder Gesamteffektes einer Größe ➢ deuten die Inhalte von orientierten Flächen im Kontext ➢ skizzieren zu einer gegebenen Randfunktion die zugehörige Flächeninhaltsfunktion **Prozessbezogene Kompetenzen:** ***Kommunizieren*** *Die Schülerinnen und Schüler* ➢ erfassen, strukturieren und formalisieren Informationen aus […] mathematikhaltigen Texten und Darstellungen, aus mathematischen Fachtexten sowie aus Unterrichtsbeiträgen (Rezipieren) ➢ formulieren eigene Überlegungen und beschreiben eigene Lösungswege (Produzieren) ➢ wählen begründet eine geeignete Darstellungsform aus (Produzieren) ➢ wechseln flexibel zwischen mathematischen Darstellungsformen (Produzieren) ➢ dokumentieren Arbeitsschritte nachvollziehbar (Produzieren) ➢ erstellen Ausarbeitungen und präsentieren sie (Produzieren)	Ergebnisse der Gruppenarbeit können auf Plakaten festgehalten und in einem Museumsgang präsentiert werden. Schülervorträge über bestimmte Kontexte sind hier wünschenswert. Außer der Schachtelung durch Ober- und Untersummen sollen die Schülerinnen und Schüler eigenständig weitere unterschiedliche Strategien zur möglichst genauen näherungsweisen Berechnung des Bestands entwickeln und vergleichen. Fragen, wie die Genauigkeit der Näherung erhöht werden kann, geben Anlass zu anschaulichen Grenzwertüberlegungen. Die entstehenden Produktsummen werden als Bilanz über orientierte Flächeninhalte interpretiert. Qualitativ können die Schülerinnen und Schüler so zu einem vorliegenden Funktionsgraphen den Graphen einer Stammfunktion (Bilanzfunktion) skizzieren.

Unterrichtsvorhaben Q1-VIII:
Thema: Von der Randfunktion zur Integralfunktion (Q1-GK-A4) **Zeitbedarf**: 12 Std.

Zentrale Kompetenzen: ➢ Argumentieren ➢ Werkzeuge nutzen **Inhaltsfeld:** Funktionen und Analysis (A) **Inhaltlicher Schwerpunkt:** ➢ Integralrechnung **Zu entwickelnde Kompetenzen** **Inhaltsbezogene Kompetenzen:** *Die Schülerinnen und Schüler* ➢ erläutern und vollziehen an geeigneten Beispielen den Übergang von der Produktsumme zum Integral auf der Grundlage eines propädeutischen	**Vorhabenbezogene Empfehlungen** Schülerinnen und Schüler sollen hier (wieder-)entdecken, dass die Bestandsfunktion eine Stammfunktion der Änderungsrate ist. Es wird für Bestands-funktionen der Fachbegriff Integral-funktion eingeführt und der Zusammenhang zwischen der Ausgangs- und Integralfunktion im Hauptsatz formuliert (ggf. auch im Lehrervortrag). Die Regeln zur Bildung von Stamm-funktionen werden von den Schülerinnen und Schülern durch Rückwärtsanwenden der bekannten Ableitungsregeln selbstständig erarbeitet.

Grenzwertbegriffs ➢ erläutern geometrisch-anschaulich den Zusammenhang zwischen Änderungsrate und Integralfunktion (Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung) ➢ nutzen die Intervalladditivität und Linearität von Integralen ➢ bestimmen Stammfunktionen ganzrationaler Funktionen ➢ bestimmen Integrale mithilfe von gegebenen Stammfunktionen und numerisch, auch unter Verwendung digitaler Werkzeuge ➢ ermitteln den Gesamtbestand oder Gesamteffekt einer Größe aus der Änderungsrat ➢ bestimmen Flächeninhalte mit Hilfe von bestimmten Integralen **Prozessbezogene Kompetenzen:** ***Argumentieren*** *Die Schülerinnen und Schüler* ➢ stellen Vermutungen auf (Vermuten) ➢ unterstützen Vermutungen beispielgebunden (Vermuten) ➢ präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur (Vermuten) ➢ stellen Zusammenhänge zwischen Begriffen her (Begründen) ***Werkzeuge nutzen*** *Die Schülerinnen und Schüler* ➢ nutzen […] digitale Werkzeuge [Erg. Fachkonferenz: Tabellenkalkulation und Funktionenplotter] zum Erkunden und Recherchieren, Berechnen und Darstellen ➢ verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum o Messen von Flächeninhalten zwischen Funktionsgraph und Abszisse o Ermitteln des Wertes eines bestimmten Integrals	Die Graphen der Änderungsrate und der Bestandsfunktion können die Schülerinnen und Schüler mit Hilfe ihres GTRs gewinnen, vergleichen und Beziehungen zwischen diesen herstellen. Davon abgegrenzt wird die Berechnung von Flächeninhalten, bei der auch Intervalladditivität und Linearität (bei der Berechnung von Flächen zwischen Kurven) thematisiert werden. Bei der Berechnung der Flächeninhalte zwischen Graphen werden die Schnittstellen in der Regel numerisch mit dem GTR bestimmt. Komplexere Übungsaufgaben sollten am Ende des Unterrichtsvorhabens bearbeitet werden, um Vernetzungen mit den Kompetenzen der bisherigen Unterrichts-vorhaben (Funktionsuntersuchungen, Aufstellen von Funktionen aus Bedingungen) herzustellen. In den Anwendungen steht mit dem Hauptsatz neben dem numerischen Verfahren ein alternativer Lösungsweg zur Berechnung von Gesamtbeständen zur Verfügung.

2.1.2.2.2 Leistungskurs (Q1)

Unterrichtsvorhaben Q1-I: **Thema:** Beschreibung von Bewegungen und Schattenwurf mit Geraden (Q1-LK-G1) **Zeitbedarf**: 10 Std.

Zentrale Kompetenzen: ➢ Modellieren ➢ Werkzeuge nutzen **Inhaltsfeld:** Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G) **Inhaltlicher Schwerpunkt:** ➢ Darstellung und Untersuchung geometrischer Objekte (Geraden) **Zu entwickelnde Kompetenzen** **Inhaltsbezogene Kompetenzen:** *Die Schülerinnen und Schüler* ➢ stellen Geraden in Parameterform dar ➢ interpretieren den Parameter von Geradengleichungen im Sachkontext ➢ stellen geradlinig begrenzte Punktmengen in Parameterform dar **Prozessbezogene Kompetenzen:** ***Modellieren*** *Die Schülerinnen und Schüler* ➢ erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (Strukturieren) ➢ treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor (Strukturieren) ➢ übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle (Mathematisieren) ➢ erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (Mathematisieren) ➢ beurteilen die Angemessenheit aufgestellter (ggf. konkurrierender) Modelle für die Fragestellung (Validieren) ➢ verbessern aufgestellte Modelle mit Blick auf die Fragestellung (Validieren)	**Vorhabenbezogene Empfehlungen** Zum Einstieg wird die rein geometrische Frage aufgeworfen, wie eine Gerade durch zwei Punkte zu beschreiben ist. Hierbei wird herausgearbeitet, dass zwischen unterschiedlichen Parametrisierungen einer Geraden gewechselt werden kann. Punktproben sowie die Berechnung von Schnittpunkten mit den Grundebenen sollen auch hilfsmittelfrei durchgeführt werden. Die Darstellung in räumlichen Koordinatensystemen sollte hinreichend geübt werden. Der Einsatz des 3D-Modells hilft hier bei der Schulung des räumlichen Vorstellungsvermögens. Auf dieser Grundlage können z. B. Schattenwürfe von Gebäuden in Parallel- und Zentralprojektion auf eine der Grund-ebenen berechnet und zeichnerisch dargestellt werden. Der Einsatz der DGS bietet hier die zusätzliche Möglichkeit, dass der Ort der Strahlenquelle variiert werden kann. Inhaltlich schließt die Behandlung von Schrägbildern an das Thema E-G1 an. Lineare Bewegungen werden z. B. im Kontext von Flugbahnen (Kondensstreifen) durch Startpunkt, Zeitparameter und Geschwindigkeitsvektor beschrieben und dynamisch mit DGS dargestellt. Dabei sollten Modellierungsfragen (reale Geschwindigkeiten, Größe der Flugobjekte, Flugebenen) einbezogen werden. Eine Vertiefung kann darin bestehen, den Betrag der Geschwindigkeit zu variieren. In jedem Fall soll der Unterschied zwischen einer Geraden als Punktmenge (z. B. die Flugbahn) und einer Parametisierung dieser Punktmenge als Funktion (von der Parametermenge in den Raum) herausgearbeitet werden.

Werkzeuge nutzen *Die Schülerinnen und Schüler* ➢ nutzen Geodreiecke, geometrische Modelle und Dynamische-Geometrie-Software ➢ verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum o grafischen Darstellen von Ortsvektoren, Vektorsummen und Geraden o Darstellen von Objekten im Raum	*Unterschied zum GK:* Durch Einschränkung des Definitionsbereichs werden Strahlen und Strecken einbezogen.

Unterrichtsvorhaben Q1-II:

Thema: Die Welt vermessen – das Skalarprodukt und seine ersten Anwendungen (Q1-LK-G2)

Zeitbedarf: 10 Std.

Zentrale Kompetenzen: ➢ Problemlösen **Inhaltsfeld:** Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G) **Inhaltlicher Schwerpunkt:** ➢ Skalarprodukt **Zu entwickelnde Kompetenzen** **Inhaltsbezogene Kompetenzen:** *Die Schülerinnen und Schüler* ➢ deuten das Skalarprodukt geometrisch und berechnen es ➢ untersuchen mit Hilfe des Skalarprodukts geometrische Objekte und Situationen im Raum (Orthogonalität, Winkel- und Längenberechnung) ➢ bestimmen Abstände zwischen Punkten und Geraden [...] **Prozessbezogene Kompetenzen:** ***Problemlösen*** *Die Schülerinnen und Schüler* ➢ erkennen und formulieren einfache und komplexe mathematische Probleme (Erkunden) ➢ analysieren und strukturieren die Problemsituation (Erkunden) ➢ entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege (Lösen) ➢ vergleichen verschiedene Lösungswege bezüglich Unterschieden und Gemeinsamkeiten (Reflektieren)	**Vorhabenbezogene Empfehlungen** Das Skalarprodukt wird zunächst als Indikator für Orthogonalität aus einer Anwendung des Satzes von Pythagoras entwickelt. Durch eine Zerlegung in parallele und orthogonale Komponenten wird der geometrische Aspekt der Projektion betont. Dies wird zur Einführung des Winkels über den Kosinus genutzt. Anknüpfend an das Thema E-G2 werden Eigenschaften von Dreiecken und Vierecken auch mithilfe des Skalarproduktes untersucht. Dabei bieten sich vorrangig Problemlöseaufgaben (z. B. Nachweis von Viereckstypen) an. In Anwendungskontexten (z. B. Vorbeiflug eines Flugzeugs an einem Hindernis unter Einhaltung eines Sicherheitsabstandes) wird entdeckt, wie der Abstand eines Punktes von einer Geraden u. a. über die Bestimmung eines Lotfußpunktes ermittelt werden kann. Hierbei werden unterschiedliche Lösungswege zugelassen und verglichen. Eine Vernetzung mit Verfahren der Analysis zur Abstandsminimierung bietet sich an (*Unterschied zum GK*).

Unterrichtsvorhaben Q1-III:

Thema: Ebenen als Lösungsmengen von linearen Gleichungen und ihre Beschreibung durch Parameter (Q1-LK-G3) **Zeitbedarf**: 10 Std.

Zentrale Kompetenzen: ➢ Argumentieren ➢ Kommunizieren **Inhaltsfeld:** Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G) **Inhaltlicher Schwerpunkt:** ➢ Darstellung und Untersuchung geometrischer Objekte (Ebenen) **Zu entwickelnde Kompetenzen** **Inhaltsbezogene Kompetenzen:** *Die Schülerinnen und Schüler* ➢ stellen lineare Gleichungssysteme in Matrix-Vektor-Schreibweise dar ➢ stellen Ebenen in Koordinaten- und in Parameterform dar ➢ deuten das Skalarprodukt geometrisch und berechnen es ➢ stellen Ebenen in Normalenform dar und nutzen diese zur Orientierung im Raum ➢ bestimmen Abstände zwischen Punkten, Geraden und Ebenen **Prozessbezogene Kompetenzen:** ***Argumentieren*** *Die Schülerinnen und Schüler* ➢ stellen Zusammenhänge zwischen Begriffen her (Ober-/Unterbegriff) (Begründen) ➢ nutzen mathematische Regeln bzw. Sätze und sachlogische Argumente für Begründungen (Begründen) ➢ überprüfen, inwiefern Ergebnisse, Begriffe und Regeln verallgemeinert werden können (Beurteilen) ***Kommunizieren*** *Die Schülerinnen und Schüler* ➢ erläutern mathematische Begriffe in theoretischen und in Sachzusammenhängen (Rezipieren) ➢ formulieren eigene Überlegungen und beschreiben eigene Lösungswege (Produzieren) ➢ wechseln flexibel zwischen mathematischen Darstellungsformen (Produzieren)	**Vorhabenbezogene Empfehlungen** Zum Einstieg wird als Darstellungsform nun die Parameterform der Ebenengleichung entwickelt. Damit wird die Idee der Koordinatisierung aus dem Thema E-G2 wieder aufgegriffen. Durch Einschränkung des Definitionsbereichs werden Parallelogramme und Dreiecke beschrieben. So können auch anspruchsvollere Modellierungsaufgaben gestellt werden. Die unterschiedlichen Darstellungsformen dieser Ebenengleichung und ihre jeweilige geometrische Deutung (Koordinatenform, Achsenabschnittsform, Hesse-Normalenform als Sonderformen der Normalenform) werden z.B. in einem Gruppenpuzzle gegenübergestellt, verglichen und in Beziehung gesetzt. Dabei intensiviert der kommunikative Austausch die fachlichen Aneignungsprozesse. Die Achsenabschnittsform erleichtert es, Ebenen zeichnerisch darzustellen. Zur Veranschaulichung der Lage von Ebenen wird eine räumliche Geometriesoftware verwendet. Vertiefend (und über den Kernlehrplan hinausgehend) kann bei genügend zur Verfügung stehender Zeit die Lösungsmenge eines Systems von Koordinatengleichungen als Schnittmenge von Ebenen geometrisch gedeutet werden. Dabei wird die Matrix-Vektor-Schreibweise genutzt. Dies bietet weitere Möglichkeiten, bekannte mathematische Sachverhalte zu vernetzen. Die Auseinandersetzung mit der Linearen Algebra wird in Q-LK-G4 weiter vertieft. Ein Wechsel zwischen Koordinatenform und Parameterform der Ebene ist über die drei Achsenabschnitte möglich. Alternativ wird ein Normalenvektor mit Hilfe eines Gleichungssystems bestimmt.

Unterrichtsvorhaben Q1-IV:
Thema: Lagebeziehungen und Abstandsprobleme bei geradlinig bewegten Objekten (Q1-LK-G4) **Zeitbedarf**: 10 Std.

Zentrale Kompetenzen: ➢ Argumentieren ➢ Kommunizieren **Inhaltsfeld:** Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G) **Inhaltlicher Schwerpunkt:** ➢ Lagebeziehungen und Abstände **Zu entwickelnde Kompetenzen** **Inhaltsbezogene Kompetenzen:** *Die Schülerinnen und Schüler* ➢ interpretieren den Parameter von Geradengleichungen im Sachkontext ➢ untersuchen Lagebeziehungen zwischen Gerade-Gerade, Ebene-Ebene und Gerade-Ebene ➢ berechnen Schnittpunkte von Geraden sowie Durchstoßpunkte von Geraden mit Ebenen und deuten sie im Sachkontext ➢ bestimmen Abstände zwischen Punkten, Geraden und Ebenen **Prozessbezogene Kompetenzen:** ***Argumentieren*** *Die Schülerinnen und Schüler* ➢ präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur (Vermuten) ➢ stellen Zusammenhänge zwischen Begriffen her (Ober-/Unterbegriff) (Begründen) ➢ nutzen mathematische Regeln bzw. Sätze und sachlogische Argumente für Begründungen (Begründen) ➢ berücksichtigen vermehrt logische Strukturen (notwendige/hinreichende Bedingung, Folgerungen/Äquivalenz, Und-/Oder-Verknüpfungen, Negation, All- und Existenzaussagen) (Begründen) ➢ überprüfen, inwiefern Ergebnisse, Begriffe und Regeln verallgemeinert werden können (Beurteilen) ***Kommunizieren*** *Die Schülerinnen und Schüler* ➢ erläutern mathematische Begriffe in theoretischen und in Sachzusammenhängen (Rezipieren)	**Vorhabenbezogene Empfehlungen** Die Berechnung des Schnittpunkts zweier Geraden ist eingebettet in die Untersuchung von Lagebeziehungen. Die Existenzfrage führt zur Unterscheidung der vier möglichen Lagebeziehungen. Als ein Kontext kann die Modellierung von Flugbahnen (Kondensstreifen) aus Thema Q-LK-G1 wiederaufgenommen werden, insbesondere mit dem Ziel, die Frage des Abstandes zwischen Flugobjekten im Unterschied zur Abstandsberechnung zwischen den Flugbahnen zu vertiefen. Hier bietet sich wiederum eine Vernetzung mit den Verfahren der Analysis zur Abstandsminimierung an. Die Berechnung des Abstandes zweier Flugbahnen kann für den Vergleich unterschiedlicher Lösungsvarianten genutzt werden. In der Rückschau sollten die Schüler nun Algorithmen entwickeln, um über die Lagebeziehungen zwischen Gerade-Gerade, Ebene-Ebene und Gerade-Ebene zu entscheiden. Flussdiagramme und Tabellen sind ein geeignetes Mittel, solche Algorithmen darzustellen. Die Schülerinnen und Schüler können selbst solche Darstellungen entwickeln, auf Lernplakaten dokumentieren, präsentieren, vergleichen und in ihrer Brauchbarkeit beurteilen. In diesem Teil des Unter-richtsvorhabens sollten nicht nur logische Strukturen reflektiert, sondern auch Unterrichtsformen gewählt werden, bei denen Kommunikationsprozesse im Team unter Verwendung der Fachsprache angeregt werden.

➢ verwenden die Fachsprache und fachspezifische Notation in angemessenem Umfang (Produzieren) ➢ wechseln flexibel zwischen mathematischen Darstellungsformen (Produzieren) ➢ erstellen Ausarbeitungen und präsentieren sie (Produzieren) ➢ vergleichen und beurteilen ausgearbeitete Lösungen hinsichtlich ihrer Verständlichkeit und fachsprachlichen Qualität (Diskutieren)	

Unterrichtsvorhaben Q1-V

Thema: *Untersuchungen an Polyedern (Q-LK-G5)* **Zeitbedarf***:* 10 Std.

Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Empfehlungen
Inhaltsbezogene Kompetenzen: *Die Schülerinnen und Schüler* • stellen lineare Gleichungssysteme in Matrix-Vektor-Schreibweise dar • beschreiben den Gauß-Algorithmus als Lösungsverfahren für lineare Gleichungssysteme • wenden den Gauß-Algorithmus ohne digitale Werkzeuge auf Gleichungssysteme mit maximal drei Unbekannten an • interpretieren die Lösungsmenge von linearen Gleichungssystemen • stellen geradlinig begrenzte Punktmengen in Parameterform dar • untersuchen Lagebeziehungen […] zwischen Geraden und Ebenen • berechnen (Schnittpunkte von Geraden sowie) Durchstoßpunkte von Geraden mit Ebenen und deuten sie im Sachkontext • untersuchen mit Hilfe des Skalarprodukts geometrische Objekte und Situationen im Raum (Orthogonalität, Winkel- und Längenberechnung) • bestimmen Abstände zwischen Punkten, Geraden und Ebenen **Prozessbezogene Kompetenzen:** ***Problemlösen*** *Die Schülerinnen und Schüler* • erkennen und formulieren einfache und komplexe mathematische Probleme *(Erkunden)* • analysieren und strukturieren die Problemsituation *(Erkunden)* • entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege *(Lösen)* • nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (z. B. […] Darstellungswechsel, Zerlegen und Ergänzen,	Tetraeder, Pyramiden, Würfel, Prismen und Oktaeder bieten vielfältige Anlässe für offen angelegte geometrische Untersuchungen und können auf reale Objekte bezogen werden. Auch hier kann eine räumliche Geometriesoftware eingesetzt werden. Wo möglich, werden auch elementargeometrische Lösungswege als Alternative aufgezeigt Die Bestimmung von Längen und Winkeln setzt das Thema Q-LK-G2 direkt fort. Winkel zwischen einer Geraden und einer Ebene erlauben Rückschlüsse auf ihre Lagebeziehung. Abstände von Punkten zu Geraden (Q-LK-G2) und zu Ebenen (Q-LK-G3) ermöglichen es z. B., die Fläche eines Dreiecks oder die Höhe und das Volumen einer Pyramide zu bestimmen. Abgesehen von der Abstandsberechnung zwischen Geraden (erst in Q-LK-G5) müssen weitere Formen der Abstandsberechnungen nicht systematisch abgearbeitet werden, sie können bei Bedarf im Rahmen von Problemlöseprozessen in konkrete Aufgaben integriert werden. Das Gauß-Verfahren soll anknüpfend an das Thema Q-LK-A2 im Zusammenhang mit der Berechnung von Schnittfiguren oder bei der Konstruktion regelmäßiger Polyeder vertieft werden. Weiter bietet der

Symmetrien verwenden, Invarianten finden, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme, Fallunterscheidungen, Vorwärts- und Rückwärtsarbeiten, [...]) *(Lösen)* • wählen geeignete Begriffe, Zusammenhänge und Verfahren zur Problemlösung aus *(Lösen)* • beurteilen und optimieren Lösungswege mit Blick auf Richtigkeit und Effizienz *(Reflektieren)* ***Werkzeuge nutzen*** *Die Schülerinnen und Schüler* • verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum … Lösen von Gleichungen und Gleichungssystemen … Durchführen von Operationen mit Vektoren und Matrizen	Einsatz des GTR Anlass, z. B. über die Interpretation der trigonalisierten Koeffizientenmatrix die Dimension des Lösungsraumes zu untersuchen. Die Vernetzung der geometrischen Vorstellung und der algebraischen Formalisierung soll stets deutlich werden. In diesem Unterrichtsvorhaben wird im Sinne einer wissenschaftspropädeutischen Grundbildung besonderer Wert gelegt auf eigenständige Lernprozesse bei der Aneignung eines begrenzten Stoffgebietes sowie bei der Lösung von problemorientierten Aufgaben.

Unterrichtsvorhaben Q1-VI

Thema: *Strategieentwicklung bei geometrischen Problemsituationen und Beweisaufgaben (Q-LK-G6)* **Zeitbedarf***: 10 Std.*

Zu entwickelnde Kompetenzen	**Vorhabenbezogene Empfehlungen**
Inhaltsbezogene Kompetenzen: *Die Schülerinnen und Schüler* • stellen Geraden in Parameterform dar • stellen Ebenen in Koordinaten- und in Parameterform dar • stellen geradlinig begrenzte Punktmengen in Parameterform dar • untersuchen Lagebeziehungen zwischen Geraden und zwischen Geraden und Ebenen • berechnen Schnittpunkte von Geraden sowie Durchstoßpunkte von Geraden mit Ebenen und deuten sie im Sachkontext • untersuchen mit Hilfe des Skalarprodukts geometrische Objekte und Situationen im Raum (Orthogonalität, Winkel- und Längenberechnung) • stellen Ebenen in Normalenform dar und nutzen diese zur Orientierung im Raum • bestimmen Abstände zwischen Punkten, Geraden und Ebenen **Prozessbezogene Kompetenzen:** ***Modellieren*** *Die Schülerinnen und Schüler*	*Hinweis: Angesichts des begrenzten Zeitrahmens ist es wichtig, den Fokus der Unterrichtstätigkeit nicht auf die Vollständigkeit einer „Rezeptsammlung“ und deren hieb- und stichfeste Einübung zu allen denkbaren Varianten zu legen, sondern bei den Schülerinnen und Schülern prozessbezogene Kompetenzen zu entwickeln, die sie in die Lage versetzen, problemhaltige Aufgaben zu bearbeiten und dabei auch neue Anregungen zu verwerten.* Deshalb empfiehlt die Fachkonferenz, Problemlösungen mit den prozessbezogenen Zielen zu verbinden, 1) eine planerische Skizze anzufertigen und die gegebenen geometrischen Objekte abstrakt zu beschreiben, 2) geometrische Hilfsobjekte einzuführen, 3) an geometrischen Situationen Fallunterscheidungen vorzunehmen, 4) bekannte Verfahren zielgerichtet einzusetzen und in komplexeren Abläufen zu kombinieren, 5) unterschiedliche Lösungswege Kriterien gestützt zu vergleichen. Bei der Durchführung der Lösungswege können

• erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung *(Strukturieren)* • übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle *(Mathematisieren)* • erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells *(Mathematisieren)* • beurteilen die Angemessenheit aufgestellter (ggf. konkurrierender) Modelle für die Fragestellung *(Validieren)* • reflektieren die Abhängigkeit einer Lösung von den getroffenen Annahmen *(Validieren)* ***Problemlösen*** *Die Schülerinnen und Schüler* • wählen heuristische Hilfsmittel (z. B. Skizze, informative Figur, Tabelle, experimentelle Verfahren) aus, um die Situation zu erfassen *(Erkunden)* • entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege *(Lösen)* • nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (z. B. Analogiebetrachtungen, Schätzen und Überschlagen, systematisches Probieren oder Ausschließen, Darstellungswechsel, Zerlegen und Ergänzen, Symmetrien verwenden, Invarianten finden, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme, Fallunterscheidungen, Vorwärts- und Rückwärtsarbeiten, Verallgemeinern) *(Lösen)* • führen einen Lösungsplan zielgerichtet aus *(Lösen)* • vergleichen verschiedene Lösungswege bezüglich Unterschieden und Gemeinsamkeiten *(Reflektieren)* • beurteilen und optimieren Lösungswege mit Blick auf Richtigkeit und Effizienz *(Reflektieren)* • analysieren und reflektieren Ursachen von Fehlern *(Reflektieren)* • variieren Fragestellungen auf dem Hintergrund einer Lösung *(Reflektieren)*	die Schülerinnen und Schüler auf das entlastende Werkzeug des GTR zurückgreifen, jedoch steht dieser Teil der Lösung hier eher im Hintergrund und soll sogar bei aufwändigeren Problemen bewusst ausgeklammert werden. Bei Beweisaufgaben sollen die Schülerinnen und Schüler Formalisierungen in Vektorschreibweise rezipieren und ggf. selbst vornehmen. Die erworbenen Kompetenzen im Problemlösen sollen auch in Aufgaben zum Einsatz kommen, die einen Kontextbezug enthalten, so dass dieses Unterrichtsvorhaben auch unmittelbar zur Abiturvorbereitung überleitet bzw. zum Zweck der Abiturvorbereitung noch einmal wiederaufgenommen werden soll.

Unterrichtsvorhaben Q1-VII:

Thema: Funktionen beschreiben Formen – Modellieren von Sachsituationen mit Funktionen (Q1-LK-A1) **Zeitbedarf**: 20 Std.

Zentrale Kompetenzen:

- Modellieren
- Werkzeuge nutzen

Inhaltsfelder: Funktionen und Analysis (A)
Lineare Algebra (G)

Inhaltliche Schwerpunkte:

- Funktionen als mathematische Modelle (Steckbriefaufgaben)
- Lineare Gleichungssysteme

Zu entwickelnde Kompetenzen

Inhaltsbezogene Kompetenzen:

Die Schülerinnen und Schüler

- interpretieren Parameter von Funktionen im Kontext und untersuchen ihren Einfluss auf Eigenschaften von Funktionenscharen
- bestimmen Parameter einer Funktion mithilfe von Bedingungen, die sich aus dem Kontext ergeben („Steckbriefaufgaben“)
- beschreiben das Krümmungsverhalten des Graphen einer Funktion mit Hilfe der 2. Ableitung
- verwenden notwendige Kriterien und Vorzeichenwechselkriterien sowie weitere hinreichende Kriterien zur Bestimmung von Extrem- und Wendepunkten
- beschreiben den Gauß-Algorithmus als Lösungsverfahren für lineare Gleichungssysteme
- wenden den Gauß-Algorithmus ohne digitale Werkzeuge auf Gleichungssysteme mit maximal drei Unbekannten an, die mit geringem Rechenaufwand lösbar sind

Prozessbezogene Kompetenzen:

Modellieren
Die Schülerinnen und Schüler

- erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (Strukturieren)
- treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor (Strukturieren)
- übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle (Mathematisieren)
- erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (Mathematisieren)
- beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die

Vorhabenbezogene Empfehlungen

Anknüpfend an die Einführungsphase (vgl. Thema E-A1) werden an einem Beispiel in einem geeigneten Kontext (z. B. Fotos von Brücken, Gebäuden, Flugbahnen) die Parameter der Scheitelpunktform einer quadratischen Funktion angepasst. Anschließend werden aus gegebenen Punkten Gleichungssysteme für die Parameter der Normalform aufgestellt.
Die Beschreibung von Links- und Rechtskurven über die Zu- und Abnahme der Steigung führt zu einer geometrischen Deutung der zweiten Ableitung einer Funktion als „Krümmung“ des Graphen und zur Betrachtung von Wendepunkten. Als Kontext hierzu können z. B. Trassierungsprobleme gewählt werden.
Die simultane Betrachtung beider Ableitungen führt zur Entdeckung eines weiteren hinreichenden Kriteriums für Extrempunkte. Anhand einer Funktion mit Sattelpunkt wird die Grenze dieses hinreichenden Kriteriums entdeckt. Vor- und Nachteile der beiden hinreichenden Kriterien werden abschließend von den Lernenden kritisch bewertet.
Designobjekte oder architektonische Formen können zum Anlass genommen werden, die Funktionsklassen zur Modellierung auf ganzrationale Funktionen 3. oder 4. Grades zu erweitern und über gegebene Punkte, Symmetrieüberlegungen und Bedingungen an die Ableitung Gleichungen zur Bestimmung der Parameter aufzustellen. Hier bieten sich nach einem einführenden Beispiel offene Unterrichtsformen (z. B. Lerntheke) an.
Schülerinnen und Schüler erhalten Gelegenheit, über Grundannahmen der Modellierung (Grad der Funktion, Symmetrie, Lage im Koordinatensystem, Ausschnitt) selbst zu entscheiden, deren Angemessenheit zu reflektieren und ggf. Veränderungen vorzunehmen.
Damit nicht bereits zu Beginn algebraische Schwierigkeiten den zentralen Aspekt der Modellierung überlagern, wird empfohlen, zunächst den GTR einzusetzen und dann

Sachsituation (Validieren) ➢ beurteilen die Angemessenheit aufgestellter (ggf. konkurrierender) Modelle für die Fragestellung (Validieren) ➢ verbessern aufgestellte Modelle mit Blick auf die Fragestellung (Validieren) ➢ reflektieren die Abhängigkeit einer Lösung von den getroffenen Annahmen (Validieren) ***Werkzeuge nutzen*** *Die Schülerinnen und Schüler* ➢ nutzen mathematische Hilfsmittel und digitale Werkzeuge zum Erkunden […], Berechnen und Darstellen ➢ verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum o Lösen von Gleichungen und Gleichungssystemen o zielgerichteten Variieren der Parameter von Funktionen	das Gaußverfahren zu wiederholen und für einige gut überschaubare Systeme mit drei Unbekannten auch ohne digitale Werkzeuge durchzuführen *Zusätzlich zum GK:* Über freie Parameter (aus unterbestimmten Gleichungssystemen) werden Lösungs-scharen erzeugt und deren Elemente hinsichtlich ihrer Eignung für das Modellierungsproblem untersucht und beurteilt. An innermathematischen „Steckbriefen“ werden Fragen der Eindeutigkeit der Modellierung und der Einfluss von Parametern auf den Funktionsgraphen untersucht.

Unterrichtsvorhaben Q1-VIII:

Thema: Optimierungsprobleme (Q1-LK-A2) **Zeitbedarf**: 20 Std.

Zentrale Kompetenzen: ➢ Modellieren ➢ Problemlösen **Inhaltsfeld:** Funktionen und Analysis (A) **Inhaltliche Schwerpunkte:** ➢ Funktionen als mathematische Modelle (Extremwertaufgaben) ➢ Fortführung der Differentialrechnung **Zu entwickelnde Kompetenzen** **Inhaltsbezogene Kompetenzen:** *Die Schülerinnen und Schüler* ➢ führen Extremalprobleme durch Kombination mit Nebenbedingungen auf Funktionen einer Variablen zurück und lösen diese ➢ verwenden notwendige Kriterien und Vorzeichenwechselkriterien […] zur Bestimmung von Extrem- und Wendepunkten ➢ bilden die Ableitungen weiterer Funktionen	**Vorhabenbezogene Empfehlungen** Das Aufstellen der Funktionsgleichungen fördert Problemlösestrategien. Die Lernenden sollten deshalb hinreichend Zeit bekommen, mit Methoden des kooperativen Lernens selbstständig zu Zielfunktionen zu kommen und dabei unterschiedliche Lösungswege zu entwickeln. An mindestens einem Problem entdecken die Schülerinnen und Schüler die Notwendigkeit, Randextrema zu betrachten (z. B. „Glasscheibe “ oder verschiedene Varianten des „Hühnerhofs“). Ein Verpackungsproblem (Dose oder Milchtüte) wird unter dem Aspekt der Modellvalidierung/Modellkritik und Modellvariation untersucht. Stellen extremaler Steigung eines Funktionsgraphen werden im Rahmen

➢ Potenzfunktionen mit rationalen Exponenten ➢ führen Eigenschaften von zusammengesetzten Funktionen (Summe, Produkt, Verkettung) argumentativ auf deren Bestandteile zurück ➢ wenden die Produkt- und Kettenregel zum Ableiten von Funktionen an **Prozessbezogene Kompetenzen:** ***Modellieren*** *Die Schülerinnen und Schüler* ➢ erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (Strukturieren) ➢ treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor (Strukturieren) ➢ übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle (Mathematisieren) ➢ erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (Mathematisieren) ➢ beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (Validieren) ➢ beurteilen die Angemessenheit aufgestellter (ggf. konkurrierender) Modelle für die Fragestellung (Validieren) ➢ verbessern aufgestellte Modelle mit Blick auf die Fragestellung (Validieren) ➢ reflektieren die Abhängigkeit einer Lösung von den getroffenen Annahmen (Validieren) ***Problemlösen*** *Die Schülerinnen und Schüler* ➢ finden und stellen Fragen zu einer gegebenen Problemsituation (Erkunden) ➢ wählen heuristische Hilfsmittel (z. B. Skizze, informative Figur, Tabelle …) aus, um die Situation zu erfassen (Erkunden) ➢ nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (z. B. systematisches Probieren, Darstellungswechsel, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme, Fallunterscheidungen, Verallgemeinern …) (Lösen) ➢ setzen ausgewählte Routineverfahren auch hilfsmittelfrei zur Lösung ein (Lösen) ➢ berücksichtigen einschränkende Bedingungen (Lösen) ➢ vergleichen verschiedene Lösungswege bezüglich Unterschieden und Gemeinsamkeiten (Reflektieren)	geeigneter Kontexte (z. B. Neuverschuldung und Schulden oder Besucherströme in einen Freizeitpark/zu einer Messe und erforderlicher Personaleinsatz) thematisiert und dabei der zweiten Ableitung eine anschauliche Bedeutung als Zu- und Abnahmerate der Änderungsrate der Funktion verliehen. *Zusätzlich zum GK:* Im Zusammenhang mit geometrischen und ökonomischen Kontexten entwickeln die Schülerinnen und Schüler die Ableitungen von Wurzelfunktionen sowie die Produkt- und Kettenregel und wenden sie an.

Unterrichtsvorhaben Q1-IX:

Thema: Von der Änderungsrate zum Bestand (Q1-LK-A3) **Zeitbedarf**: 10 Std.

Zentrale Kompetenzen: ➢ Kommunizieren **Inhaltsfeld:** Funktionen und Analysis (A) **Inhaltlicher Schwerpunkt:** ➢ Grundverständnis des Integralbegriffs **Zu entwickelnde Kompetenzen** **Inhaltsbezogene Kompetenzen:** *Die Schülerinnen und Schüler* ➢ interpretieren Produktsummen im Kontext als Rekonstruktion des Gesamtbestandes oder Gesamteffektes einer Größe ➢ deuten die Inhalte von orientierten Flächen im Kontext ➢ skizzieren zu einer gegebenen Randfunktion die zugehörige Flächeninhaltsfunktion **Prozessbezogene Kompetenzen:** ***Kommunizieren*** *Die Schülerinnen und Schüler* ➢ erfassen, strukturieren und formalisieren Informationen aus […] mathematikhaltigen Texten und Darstellungen, aus mathematischen Fachtexten sowie aus Unterrichtsbeiträgen (Rezipieren) ➢ formulieren eigene Überlegungen und beschreiben eigene Lösungswege (Produzieren) ➢ wählen begründet eine geeignete Darstellungsform aus (Produzieren) ➢ wechseln flexibel zwischen mathematischen Darstellungsformen (Produzieren) ➢ dokumentieren Arbeitsschritte nachvollziehbar (Produzieren) ➢ erstellen Ausarbeitungen und präsentieren sie (Produzieren)	**Vorhabenbezogene Empfehlungen** Der Einstieg kann über ein Stationenlernen oder eine arbeitsteilige Gruppenarbeit erfolgen, in der sich die Schülerinnen und Schüler selbstständig eine Breite an Kontexten, in denen von einer Änderungsrate auf den Bestand geschlossen wird, erarbeiten. Die Ergebnisse der Gruppenarbeit können auf Plakaten festgehalten und in einem Museumsgang präsentiert werden. Schülervorträge über bestimmte Kontexte sind hier wünschenswert. Außer der Schachtelung durch Ober- und Untersummen sollen die Schülerinnen und Schüler eigenständig weitere unterschiedliche Strategien zur möglichst genauen näherungsweisen Berechnung des Bestands entwickeln und vergleichen. Fragen, wie die Genauigkeit der Näherung erhöht werden kann, geben Anlass zu anschaulichen Grenzwertüberlegungen. Die entstehenden Produktsummen werden als Bilanz über orientierte Flächeninhalte interpretiert. Qualitativ können die Schülerinnen und Schüler so zu einem vorliegenden Funktionsgraphen den Graphen einer Stammfunktion (Bilanzfunktion) skizzieren.

Unterrichtsvorhaben Q1-X:

Thema: Von der Randfunktion zur Integralfunktion (Q1-LK-A4) **Zeitbedarf**: 20 Std.

Zentrale Kompetenzen: ➢ Argumentieren ➢ Werkzeuge nutzen **Inhaltsfeld:** Funktionen und Analysis (A)	**Vorhabenbezogene Empfehlungen** Schülerinnen und Schüler sollen hier (wieder-)entdecken, dass die

Inhaltlicher Schwerpunkt: ➢ Integralrechnung **Zu entwickelnde Kompetenzen** **Inhaltsbezogene Kompetenzen:** *Die Schülerinnen und Schüler* ➢ erläutern und vollziehen an geeigneten Beispielen den Übergang von der Produktsumme zum Integral auf der Grundlage eines propädeutischen Grenzwertbegriffs ➢ erläutern den Zusammenhang zwischen Änderungsrate und Integralfunktion ➢ deuten die Ableitung mithilfe der Approximation durch lineare Funktionen ➢ nutzen die Intervalladditivität und Linearität von Integralen ➢ begründen den Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung unter Verwendung eines anschaulichen Stetigkeitsbegriffs ➢ bestimmen Stammfunktionen ganzrationaler Funktionen ➢ bestimmen Integrale numerisch […] ➢ ermitteln den Gesamtbestand oder Gesamteffekt einer Größe aus der Änderungsrate oder der Randfunktion ➢ bestimmen Flächeninhalte und Volumina von Körpern, die durch die Rotation um die Abszisse entstehen, mit Hilfe von bestimmten und uneigentlichen Integralen **Prozessbezogene Kompetenzen:** ***Argumentieren*** *Die Schülerinnen und Schüler* ➢ stellen Vermutungen auf (Vermuten) ➢ unterstützen Vermutungen beispielgebunden (Vermuten) ➢ präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur (Vermuten) ➢ stellen Zusammenhänge zwischen Begriffen her (Begründen) ➢ verknüpfen Argumente zu Argumentationsketten (Begründen) ➢ erklären vorgegebene Argumentationen und mathematische Beweise (Begründen) ➢ überprüfen, inwiefern Ergebnisse, Begriffe und Regeln verallgemeinert werden können (Beurteilen)	Bestandsfunktion eine Stammfunktion der Änderungsrate ist. Es wird für Bestands-funktionen der Fachbegriff Integral-funktion eingeführt und der Zusammenhang zwischen der Ausgangs- und Integralfunktion im Hauptsatz formuliert (ggf. auch im Lehrervortrag). Die Regeln zur Bildung von Stamm-funktionen werden von den Schülerinnen und Schülern durch Rückwärtsanwenden der bekannten Ableitungsregeln selbstständig erarbeitet. Die Graphen der Änderungsrate und der Bestandsfunktion können die Schülerinnen und Schüler mit Hilfe ihres GTRs gewinnen, vergleichen und Beziehungen zwischen diesen herstellen. Davon abgegrenzt wird die Berechnung von Flächeninhalten, bei der auch Intervalladditivität und Linearität (bei der Berechnung von Flächen zwischen Kurven) thematisiert werden. Bei der Berechnung der Flächeninhalte zwischen Graphen werden die Schnittstellen in der Regel numerisch mit dem GTR bestimmt. Komplexere Übungsaufgaben sollten am Ende des Unterrichtsvorhabens bearbeitet werden, um Vernetzungen mit den Kompetenzen der bisherigen Unterrichts-vorhaben (Funktionsuntersuchungen, Aufstellen von Funktionen aus Bedingungen) herzustellen. In den Anwendungen steht mit dem Hauptsatz neben dem numerischen Verfahren ein alternativer Lösungsweg zur Berechnung von Gesamtbeständen zur Verfügung. *Zusätzlich zum GK:* Der Übergang zur relativen Änderung mit anschließendem Grenzübergang führt dazu, die Stetigkeit von Funktionen zu thematisieren, und motiviert, die Voraussetzungen zu präzisieren und den Hauptsatz formal exakt zu notieren. Hier bieten sich Möglichkeiten zur inneren Differenzierung: Formalisierung der Schreibweise bei der Summenbildung, exemplarische Einschachtelung mit Ober- und Untersummen, formale Grenzwert-betrachtung, Vergleich der Genauigkeit unterschiedlicher Abschätzungen. In den Anwendungen steht mit dem

Werkzeuge nutzen *Die Schülerinnen und Schüler* ➢ nutzen […] digitale Werkzeuge [Erg. Fachkonferenz: Tabellenkalkulation und Funktionenplotter] zum Erkunden und Recherchieren, Berechnen und Darstellen ➢ verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum … o Messen von Flächeninhalten zwischen Funktionsgraph und Abszisse o Ermitteln des Wertes eines bestimmten Integrals	Hauptsatz neben dem numerischen Verfahren ein alternativer Lösungsweg zur Berechnung von Produktsummen zur Verfügung. Bei der Berechnung der Volumina wird stark auf Analogien zur Flächenberechnung verwiesen. (Gedanklich wird mit einem „Eierschneider“ der Rotationskörper in berechenbare Zylinder zerlegt, analog den Rechtecken oder Trapezen bei der Flächenberechnung. Auch die jeweiligen Summenformeln weisen Entsprechungen auf.) Mit der Mittelwertberechnung kann bei entsprechend zur Verfügung stehender Zeit (über den Kernlehrplan hinausgehend) noch eine weitere wichtige Grundvorstellung des Integrals erarbeitet werden.

2.1.2.3 Qualifikationsphase II (Q2)
2.1.2.3.1 Grundkurs

Unterrichtsvorhaben Q2-I: **Thema:** *Natürlich: Exponentialfunktionen (Q-GK-A5)* **Zeitbedarf**: 9 Std.	
Zu entwickelnde Kompetenzen	**Vorhabenbezogene Empfehlungen**
Inhaltsbezogene Kompetenzen: *Die Schülerinnen und Schüler* • beschreiben die Eigenschaften von Exponentialfunktionen und die besondere Eigenschaft der natürlichen Exponentialfunktion • untersuchen Wachstums- und Zerfallsvorgänge mithilfe funktionaler Ansätze • interpretieren Parameter von Funktionen im Anwendungszusammenhang • bilden die Ableitungen weiterer Funktionen: - natürliche Exponentialfunktion **Prozessbezogene Kompetenzen:** ***Problemlösen*** *Die Schülerinnen und Schüler* • erkennen und formulieren einfache und komplexe mathematische Probleme *(Erkunden)*	*Zu Beginn des Unterrichtsvorhabens sollte eine Auffrischung der bereits in der Einführungsphase erworbenen Kompetenzen durch eine arbeitsteilige Untersuchung verschiedener Kontexte z. B. in Gruppenarbeit mit Präsentation stehen (Wachstum und Zerfall).* Im Anschluss werden die Eigenschaften einer allgemeinen Exponentialfunktion zusammengestellt. Der GTR unterstützt dabei die Klärung der Bedeutung der verschiedenen Parameter und die Veränderungen durch Transformationen. Die Frage nach der Ableitung an einer Stelle führt zu einer vertiefenden Betrachtung des Übergangs von der durchschnittlichen zur momentanen Änderungsrate. In einem Tabellenkalkulationsblatt wird für immer kleinere h das Verhalten des Differenzenquotienten beobachtet. Umgekehrt suchen die Lernenden zu einem gegebenen Ableitungswert die zugehörige Stelle.

• entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege *(Lösen)* • nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (z. B. systematisches Probieren, Darstellungswechsel, Invarianten finden, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme) *(Lösen)* • führen einen Lösungsplan zielgerichtet aus *(Lösen)* • variieren Fragestellungen auf dem Hintergrund einer Lösung *(Reflektieren).* ***Werkzeuge nutzen*** *Die Schülerinnen und Schüler* • Verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum … zielgerichteten Variieren der Parameter von Funktionen … grafischen Messen von Steigungen • entscheiden situationsangemessen über den Einsatz mathematischer Hilfsmittel und digitaler Werkzeuge und wählen diese gezielt aus • nutzen […] digitale Werkzeuge zum Erkunden und Recherchieren, Berechnen und Darstellen	*Dazu könnten sie eine Wertetabelle des Differenzenquotienten aufstellen, die sie immer weiter verfeinern oder in der Grafik ihres GTR experimentieren, indem sie Tangenten an verschiedenen Stellen an die Funktion legen. Mit diesem Ansatz kann in einem DGS auch der Graph der Ableitungsfunktion als Ortskurve gewonnen werden.* Abschließend wird noch die Basis variiert. Dabei ergibt sich quasi automatisch die Frage, für welche Basis Funktion und Ableitungsfunktion übereinstimmen.

Unterrichtsvorhaben Q2-II: **Thema:** *Modellieren (nicht nur) mit Exponentialfunktionen (Q-GK-A6)* **Zeitbedarf**: 12 Std.	
Zu entwickelnde Kompetenzen	**Vorhabenbezogene Empfehlungen**
Inhaltsbezogene Kompetenzen: *Die Schülerinnen und Schüler* • untersuchen Wachstums- und Zerfallsvorgänge mithilfe funktionaler Ansätze • interpretieren Parameter von Funktionen im Kontext • bilden die Ableitungen weiterer Funktionen: - Potenzfunktionen mit ganzzahligen Exponenten • bilden in einfachen Fällen zusammengesetzte Funktionen (Summe, Produkt, Verkettung) • wenden die Kettenregel auf Verknüpfungen der natürlichen Exponentialfunktion mit linearen Funktionen an • wenden die Produktregel auf Verknüpfungen von ganzrationalen Funktionen und Exponentialfunktionen an • bestimmen Integrale mithilfe von gegebenen Stammfunktionen und numerisch, auch unter	Im Zusammenhang mit der Modellierung von Wachstumsprozessen durch natürliche Exponentialfunktionen mit linearen Exponenten wird die Kettenregel eingeführt, um auch (hilfsmittelfrei) Ableitungen für die entsprechenden Funktionsterme bilden zu können. An mindestens einem Beispiel sollte auch ein beschränktes Wachstum untersucht werden. An Beispielen von Prozessen, bei denen das Wachstum erst zu- und dann wieder abnimmt (Medikamente, Fieber, Pflanzen), wird eine Modellierung durch Produkte von ganzrationalen Funktionen und Exponentialfunktionen erarbeitet. In diesem Zusammenhang wird die Produktregel zum Ableiten eingeführt. In diesen Kontexten ergeben sich ebenfalls Fragen, die erfordern, dass aus den Wachstumsgeschwindigkeiten auf den Gesamteffekt

Verwendung digitaler Werkzeuge • ermitteln den Gesamtbestand oder Gesamteffekt einer Größe aus der Änderungsrate **Prozessbezogene Kompetenzen:** ***Modellieren*** *Die Schülerinnen und Schüler* • erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung *(Strukturieren)* • übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle *(Mathematisieren)* • erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells *(Mathematisieren)* • erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells *(Mathematisieren)* • ordnen einem mathematischen Modell verschiedene passende Sachsituationen zu *(Mathematisieren)* • beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation *(Validieren)* • beurteilen die Angemessenheit aufgestellter (ggf. konkurrierender) Modelle für die Fragestellung *(Validieren)* • verbessern aufgestellte Modelle mit Blick auf die Fragestellung *(Validieren)* • reflektieren die Abhängigkeit einer Lösung von den getroffenen Annahmen *(Validieren)*	geschlossen wird. Parameter werden nur in konkreten Kontexten und nur exemplarisch variiert (keine systematische Untersuchung von Funktionenscharen). Dabei werden z. B. zahlenmäßige Änderungen des Funktionsterms bezüglich ihrer Auswirkung untersucht und im Hinblick auf den Kontext interpretiert.

Unterrichtsvorhaben Q2-III:

Thema: *Von stochastischen Modellen, Zufallsgrößen, Wahrscheinlichkeitsverteilungen und ihre Kenngrößen (Q-GK-S1)*

Zeitbedarf: 6 Std.

Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Empfehlungen
Inhaltsbezogene Kompetenzen: *Die Schülerinnen und Schüler* • untersuchen Lage- und Streumaße von Stichproben • erläutern den Begriff der Zufallsgröße an geeigneten Beispielen • bestimmen den Erwartungswert μ und die Standardabweichung σ von Zufallsgrößen und treffen damit prognostische Aussagen **Prozessbezogene Kompetenzen:** ***Modellieren***	Anhand verschiedener Glücksspiele wird zunächst der Begriff der Zufallsgröße und der zugehörigen Wahrscheinlichkeitsverteilung (als Zuordnung von Wahrscheinlichkeiten zu den möglichen Werten, die die Zufallsgröße annimmt) zur Beschreibung von Zufallsexperimenten eingeführt. Analog zur Betrachtung des Mittelwertes bei empirischen Häufigkeitsverteilungen wird der Erwartungswert einer Zufallsgröße definiert. Das Grundverständnis von Streumaßen wird durch Rückgriff auf die Erfahrungen der Schülerinnen und Schüler mit Boxplots in der Sekundarstufe I

Die Schülerinnen und Schüler • treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor *(Strukturieren)* • erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells *(Mathematisieren)* • beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation *(Validieren)*	reaktiviert. Über eingängige Beispiele von Verteilungen mit gleichem Mittelwert aber unterschiedlicher Streuung wird die Definition der Standardabweichung als mittlere quadratische Abweichung im Zusammenhang mit Wahrscheinlichkeitsverteilungen motiviert; anhand gezielter Veränderungen der Verteilung werden die Auswirkungen auf deren Kenngrößen untersucht und interpretiert. Anschließend werden diese Größen zum Vergleich von Wahrscheinlichkeitsverteilungen und zu einfachen Risikoabschätzungen genutzt („Ist das Spiel fair?“). Der Stochastikkoffer soll als Hilfsmittel für eine bessere Veranschaulichung von Zufallsexperimenten dienen.

Unterrichtsvorhaben Q2-IV:

Thema: *Treffer oder nicht? – Bernoulliexperimente und Binomialverteilung (Q-GK-S2)*

Zeitbedarf: 9 Std.

Zu entwickelnde Kompetenzen	**Vorhabenbezogene Empfehlungen**
Inhaltsbezogene Kompetenzen: *Die Schülerinnen und Schüler* • verwenden Bernoulliketten zur Beschreibung entsprechender Zufallsexperimente • erklären die Binomialverteilung im Kontext und berechnen damit Wahrscheinlichkeiten • beschreiben den Einfluss der Parameter n und p auf Binomialverteilungen und ihre graphische Darstellung • bestimmen den Erwartungswert μ und die Standardabweichung σ von Zufallsgrößen […] **Prozessbezogene Kompetenzen:** ***Modellieren*** *Die Schülerinnen und Schüler* • treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor *(Strukturieren)* • erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells *(Mathematisieren)* • beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation *(Validieren)* ***Werkzeuge nutzen***	Der Schwerpunkt bei der Betrachtung von Binomialverteilungen soll auf der Modellierung stochastischer Situationen liegen. Dabei werden zunächst Bernoulliketten in realen Kontexten oder in Spielsituationen betrachtet. Durch Vergleich mit dem „Ziehen ohne Zurücklegen“ wird geklärt, dass die Anwendung des Modells ‚Bernoullikette’ eine bestimmte Realsituation voraussetzt, d. h. dass die Treffer von Stufe zu Stufe unabhängig voneinander mit konstanter Wahrscheinlichkeit erfolgen. Zur formalen Herleitung der Binomialverteilung bieten sich das Galtonbrett bzw. seine Simulation und die Betrachtung von Multiple-Choice-Tests an. Eine Visualisierung der Verteilung sowie des Einflusses von Stichprobenumfang n und Trefferwahrscheinlichkeit p erfolgt dabei durch die graphische Darstellung der Verteilung als Histogramm unter Nutzung des GTR. Während sich die Berechnung des Erwartungswertes erschließt, kann die Formel für die Standardabweichung für ein zweistufiges Bernoulliexperiment plausibel gemacht werden. Auf

Die Schülerinnen und Schüler • nutzen grafikfähige Taschenrechner und Tabellenkalkulationen […] verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum … Berechnen von Wahrscheinlichkeiten bei binomialverteilten Zufallsgrößen … Erstellen der Histogramme von Binomialverteilungen … Variieren der Parameter von Binomialverteilungen … Berechnen der Kennzahlen von Binomialverteilungen (Erwartungswert, Standardabweichung)	eine allgemeingültige Herleitung wird verzichtet. Durch Erkunden wird festgestellt, dass unabhängig von *n* und *p* ca. 68% der Ergebnisse in der 1σ - Umgebung des Erwartungswertes liegen. *Hinweis: Der Einsatz des GTR zur Berechnung singulärer sowie kumulierter Wahrscheinlichkeiten ermöglicht den Verzicht auf stochastische Tabellen und eröffnet aus der numerischen Perspektive den Einsatz von Aufgaben in realitätsnahen Kontexten.*

Unterrichtsvorhaben Q2-V:

Thema: *Modellieren mit Binomialverteilungen (Q-GK-S3)*

Zeitbedarf: 9 Std.

Zu entwickelnde Kompetenzen	**Vorhabenbezogene Empfehlungen**
Inhaltsbezogene Kompetenzen: *Die Schülerinnen und Schüler* • nutzen Binomialverteilungen und ihre Kenngrößen zur Lösung von Problemstellungen • schließen anhand einer vorgegebenen Entscheidungsregel aus einem Stichprobenergebnis auf die Grundgesamtheit **Prozessbezogene Kompetenzen:** ***Modellieren*** *Die Schülerinnen und Schüler* • treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor *(Strukturieren)* • erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells *(Mathematisieren)* • beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation *(Validieren)* • beurteilen die Angemessenheit aufgestellter […] Modelle für die Fragestellung *(Validieren)* • reflektieren die Abhängigkeit einer Lösung von den getroffenen Annahmen *(Validieren)* ***Argumentieren*** *Die Schülerinnen und Schüler* • stellen Zusammenhänge zwischen Begriffen her *(Begründen)* • nutzen mathematische Regeln bzw. Sätze und sachlogische Argumente für Begründungen *(Begründen)* • verknüpfen Argumente zu Argumentationsketten *(Begrünen)*	In verschiedenen Sachkontexten wird zunächst die Möglichkeit einer Modellierung der Realsituation mithilfe der Binomialverteilung überprüft. Die Grenzen des Modellierungsprozesses werden aufgezeigt und begründet. In diesem Zusammenhang werden geklärt: - die Beschreibung des Sachkontextes durch ein Zufallsexperiment - die Interpretation des Zufallsexperiments als Bernoullikette - die Definition der zu betrachtenden Zufallsgröße - die Unabhängigkeit der Ergebnisse - die Benennung von Stichprobenumfang *n* und Trefferwahrscheinlichkeit *p* Dies erfolgt in unterschiedlichsten Realkontexten, deren Bearbeitung auf vielfältigen Zeitungsartikeln basieren kann. Auch Beispiele der Modellumkehrung werden betrachtet („Von der Verteilung zur Realsituation“). Prüfverfahren mit vorgegebenen Entscheidungsregeln (Sigmaregeln) bieten einen besonderen Anlass, um von einer (ein- oder mehrstufigen) Stichprobenentnahme aus einer Lieferung auf nicht bekannte Parameter in der Grundgesamtheit zu schließen. Beispiel: Lehrwerk Lambacher Schweizer GK Seite 232, Nr. 11 „Schwimmbadaufgabe“ *Wenn genügend Unterrichtszeit zur Verfügung steht, können im Rahmen der beurteilenden Statistik vertiefend (und über den Kernlehrplan hinausgehend) Produzenten- und*

	Abnehmerrisiken bestimmt werden. *Hinweis: Eine Stichprobenentnahme kann auch auf dem GTR simuliert werden.*

<table>
<tr><td colspan="2">

Unterrichtsvorhaben Q2-VI:

Thema: *Von Übergängen und Prozessen (Q-GK-S4)*

Zeitbedarf: 9 Std.
</td></tr>
<tr><td>Zu entwickelnde Kompetenzen</td><td>Vorhabenbezogene Empfehlungen</td></tr>
<tr><td>
Inhaltsbezogene Kompetenzen:
Die Schülerinnen und Schüler

beschreiben stochastische Prozesse mithilfe von Zustandsvektoren und stochastischen Übergangsmatrizen
verwenden die Matrizenmultiplikation zur Untersuchung stochastischer Prozesse (Vorhersage nachfolgender Zustände, numerisches Bestimmen sich stabilisierender Zustände)

Prozessbezogene Kompetenzen:
Modellieren
Die Schülerinnen und Schüler

erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (Strukturieren)
übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle (Mathematisieren)
erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (Mathematisieren)
beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (Validieren)

Argumentieren
Die Schülerinnen und Schüler

präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur (Vermuten)
nutzen mathematische Regeln bzw. Sätze und sachlogische Argumente für Begründungen (Begründen)
stellen Zusammenhänge zwischen Begriffen her (Begründen)

überprüfen, inwiefern Ergebnisse, Begriffe und Regeln verallgemeinert werden können (Beurteilen)
</td><td>
Hinweis:
Die Behandlung stochastischer Prozesse sollte genutzt werden, um zentrale Begriffe aus Stochastik (Wahrscheinlichkeit, relative Häufigkeit) und Analysis (Grenzwert) mit Begriffen und Methoden der Linearen Algebra (Vektor, Matrix, lineare Gleichungssysteme) zu vernetzen. Schülerinnen und Schüler modellieren dabei in der Realität komplexe Prozesse, deren langfristige zeitliche Entwicklung untersucht und als Grundlage für Entscheidungen und Maßnahmen genutzt werden kann.

Der Auftrag an Schülerinnen und Schüler, einen stochastischen Prozess graphisch darzustellen, führt in der Regel zur Erstellung eines Baumdiagramms, dessen erste Stufe den Ausgangszustand beschreibt. Im Zusammenhang mit der Interpretation der Pfadregeln als Gleichungssystem können sie daraus die Matrix-Vektor-Darstellung des Prozesses entwickeln.

Untersuchungen in unterschiedlichen realen Kontexten führen zur Entwicklung von Begriffen zur Beschreibung von Eigenschaften stochastischer Prozesse (Potenzen der Übergangsmatrix, Grenzmatrix, stabile Verteilung). Hier bietet sich eine Vernetzung mit der Linearen Algebra hinsichtlich der Betrachtung linearer Gleichungssysteme und ihrer Lösungsmengen an.
</td></tr>
</table>

2.1.2.3.2 Leistungskurs

<table>
<tr><td colspan="2">Unterrichtsvorhaben Q2-I:
Thema: Natürlich: Exponentialfunktionen und Logarithmus (Q-LK-A5)
Zeitbedarf: 20 Std.</td></tr>
<tr><td>Zu entwickelnde Kompetenzen</td><td>Vorhabenbezogene Empfehlungen</td></tr>
<tr><td>Inhaltsbezogene Kompetenzen:
Die Schülerinnen und Schüler
• beschreiben die Eigenschaften von Exponentialfunktionen und begründen die besondere Eigenschaft der natürlichen Exponentialfunktion
• nutzen die natürliche Logarithmusfunktion als Umkehrfunktion der natürlichen Exponentialfunktion
• bilden die Ableitungen weiterer Funktionen:
  o natürliche Exponentialfunktion
  o Exponentialfunktionen mit beliebiger Basis
  o natürliche Logarithmusfunktion
• nutzen die natürliche Logarithmusfunktion als Stammfunktion der Funktion: x → 1/x.

Prozessbezogene Kompetenzen:
Problemlösen
Die Schülerinnen und Schüler

• erkennen und formulieren einfache und komplexe mathematische Probleme (Erkunden)
• entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege (Lösen)
• nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (z. B. systematisches Probieren, Darstellungswechsel, Invarianten finden, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme) (Lösen)
• führen einen Lösungsplan zielgerichtet aus (Lösen)
• variieren Fragestellungen auf dem Hintergrund einer Lösung (Reflektieren)

Werkzeuge nutzen
Die Schülerinnen und Schüler
• verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum
… zielgerichteten Variieren der Parameter von Funktionen
… graphischen Messen von Steigungen
• entscheiden situationsangemessen über den Einsatz mathematischer Hilfsmittel und digitaler Werkzeuge und wählen diese gezielt aus</td><td>Zu Beginn des Unterrichtsvorhabens empfiehlt sich eine Auffrischung der bereits in der Einführungsphase erworbenen Kompetenzen durch eine arbeitsteilige Untersuchung verschiedener Kontexte in Gruppenarbeit mit Präsentation (Wachstum und Zerfall).
Im Anschluss werden die Eigenschaften einer allgemeinen Exponentialfunktion zusammengestellt. Der GTR unterstützt dabei die Klärung der Bedeutung der verschiedenen Parameter und die Veränderungen durch Transformationen.
Die Eulersche Zahl kann z. B. über das Problem der stetigen Verzinsung oder über die Ableitung eingeführt werden. Der Grenzübergang wird dabei zunächst durch den GTR unterstützt. Da der Rechner dabei numerisch an seine Grenzen stößt, wird aber auch eine Auseinandersetzung mit dem Grenzwertbegriff motiviert.
Die Frage nach der Ableitung einer allgemeinen Exponentialfunktion an einer Stelle führt zu einer vertiefenden Betrachtung des Übergangs von der durchschnittlichen zur momentanen Änderungsrate. In einem Tabellenkalkulationsblatt wird für immer kleinere h das Verhalten des Differenzenquotienten beobachtet.

Umgekehrt wird zu einem gegebenen Ableitungswert die zugehörige Stelle gesucht.
Dazu kann man eine Wertetabelle des Differenzenquotienten aufstellen, die immer weiter verfeinert wird. Oder man experimentiert in der Grafik des GTR, indem Tangenten an verschiedenen Stellen an die Funktion gelegt werden. Mit diesem Ansatz kann in einem DGS auch der Graph der Ableitungsfunktion als Ortskurve gewonnen werden.

Abschließend wird noch die Basis variiert. Dabei ergibt sich automatisch, dass für die Eulersche Zahl als Basis Funktion und Ableitungsfunktion übereinstimmen.

Umkehrprobleme im Zusammenhang mit der natürlichen Exponentialfunktion werden genutzt, um den natürlichen Logarithmus zu definieren und damit auch alle Exponentialfunktionen auf die Basis e zurückzuführen. Mit Hilfe der schon bekannten Kettenregel können dann auch allgemeine Exponentialfunktionen abgeleitet werden.</td></tr>
</table>

• nutzen mathematische Hilfsmittel und digitale Werkzeuge zum Erkunden und Recherchieren, Berechnen und Darstellen	Eine Vermutung zur Ableitung der natürlichen Logarithmusfunktion wird graphisch mit einem DGS als Ortskurve gewonnen und anschließend mit der Kettenregel bewiesen.

Unterrichtsvorhaben Q2-II:

Thema: *Modellieren (nicht nur) mit Exponentialfunktionen (Q-LK-A6)*

Zeitbedarf: 20 Std.

Zu entwickelnde Kompetenzen	**Vorhabenbezogene Empfehlungen**
Inhaltsbezogene Kompetenzen: *Die Schülerinnen und Schüler* • verwenden Exponentialfunktionen zur Beschreibung von Wachstums- und Zerfallsvorgängen und vergleichen die Qualität der Modellierung exemplarisch mit einem begrenzten Wachstum • bestimmen Integrale […] mithilfe von gegebenen oder Nachschlagewerken entnommenen Stammfunktionen • ermitteln den Gesamtbestand oder Gesamteffekt einer Größe aus der Änderungsrate oder der Randfunktion **Prozessbezogene Kompetenzen:** ***Modellieren*** *Die Schülerinnen und Schüler* • erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung *(Strukturieren)* • übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle *(Mathematisieren)* • erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells *(Mathematisieren)* • ordnen einem mathematischen Modell verschiedene passende Sachsituationen zu *(Mathematisieren)* • beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation *(Validieren)* • beurteilen die Angemessenheit aufgestellter (ggf. konkurrierender) Modelle für die Fragestellung *(Validieren)* • verbessern aufgestellte Modelle mit Blick auf die Fragestellung *(Validieren)* • reflektieren die Abhängigkeit einer Lösung von den getroffenen Annahmen *(Validieren)*	An Beispielen von Prozessen, bei denen das Wachstum erst zu- und dann wieder abnimmt (Medikamente, Fieber, Pflanzen), wird eine Modellierung durch Produkte von ganzrationalen Funktionen und Exponentialfunktionen einschließlich deren Verhalten für betragsgroße Argumente erarbeitet. An mindestens einem Beispiel wird auch ein beschränktes Wachstum untersucht. Auch in diesen Kontexten ergeben sich Fragen, die erfordern, dass aus den Wachstumsgeschwindigkeiten auf den Gesamteffekt geschlossen wird. Weitere Kontexte bieten Anlass zu komplexen Modellierungen mit Funktionen anderer Funktionenklassen, insbesondere unter Berücksichtigung von Parametern, für die Einschränkungen des Definitionsbereiches oder Fallunterscheidungen vorgenommen werden müssen. Vernetzungsmöglichkeiten mit der Stochastik sollten aufgegriffen werden (z. B. Gaußsche Glockenkurve – sofern zu diesem Zeitpunkt bereits behandelt).

Unterrichtsvorhaben Q2-III:

Thema: Von stochastischen Modellen, Zufallsgrößen, Wahrscheinlichkeitsverteilungen und ihren Kenngrößen (Q1-LK-S1) **Zeitbedarf**: 5 Std.

Zentrale Kompetenzen: ➢ Modellieren **Inhaltsfeld:** Stochastik (S) **Inhaltlicher Schwerpunkt:** ➢ Kenngrößen von Wahrscheinlichkeitsverteilungen **Zu entwickelnde Kompetenzen** **Inhaltsbezogene Kompetenzen:** *Die Schülerinnen und Schüler* ➢ untersuchen Lage- und Streumaße von Stichproben ➢ erläutern den Begriff der Zufallsgröße an geeigneten Beispielen ➢ bestimmen den Erwartungswert μ und die Standardabweichung σ von Zufallsgrößen und treffen damit prognostische Aussagen **Prozessbezogene Kompetenzen:** ***Modellieren*** *Die Schülerinnen und Schüler* ➢ treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor (Strukturieren) ➢ erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (Mathematisieren) ➢ beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (Validieren)	**Vorhabenbezogene Empfehlungen** Anhand verschiedener Glücksspiele wird zunächst der Begriff der Zufallsgröße und der zugehörigen Wahrscheinlichkeitsverteilung (als Zuordnung von Wahrscheinlichkeiten zu den möglichen Werten, die die Zufallsgröße annimmt) zur Beschreibung von Zufallsexperimenten eingeführt. Analog zur Betrachtung des Mittelwertes bei empirischen Häufigkeitsverteilungen wird der Erwartungswert einer Zufallsgröße definiert. Über eingängige Beispiele von Verteilungen mit gleichem Mittelwert, aber unterschiedlicher Streuung, wird die Definition der Standardabweichung als mittlere quadratische Abweichung im Zusammenhang mit Wahrscheinlichkeitsverteilungen motiviert; über gezielte Veränderungen der Verteilung wird ein Gefühl für die Auswirkung auf deren Kenngrößen entwickelt. Anschließend werden diese Größen zum Vergleich von Wahrscheinlichkeitsverteilungen und zu einfachen Risikoabschätzungen genutzt. Der Stochastikkoffer soll als Hilfsmittel für eine bessere Veranschaulichung von Zufallsexperimenten dienen.

Unterrichtsvorhaben Q2-IV:

Thema: Treffer oder nicht? – Bernoulliexperimente und Binomialverteilungen (Q1-LK-S2) **Zeitbedarf**: 10 Std.

Zentrale Kompetenzen: ➢ Modellieren ➢ Werkzeuge nutzen **Inhaltsfeld:** Stochastik (S) **Inhaltlicher Schwerpunkt:** ➢ Binomialverteilung **Zu entwickelnde Kompetenzen** **Inhaltsbezogene Kompetenzen:**	**Vorhabenbezogene Empfehlungen** Der Schwerpunkt bei der Betrachtung von Binomialverteilungen soll auf der Modellierung stochastischer Situationen liegen. Dabei werden zunächst Bernoulliketten in realen Kontexten oder in Spielsituationen betrachtet. Durch Vergleich mit dem „Ziehen ohne Zurücklegen“ wird geklärt, dass die Anwendung des Modells ‚Bernoullikette’ eine

Die Schülerinnen und Schüler ➢ verwenden Bernoulliketten zur Beschreibung entsprechender Zufallsexperimente ➢ erklären die Binomialverteilung einschließlich der kombinatorischen Bedeutung der Binomialkoeffizienten und berechnen damit Wahrscheinlichkeiten ➢ nutzen Binomialverteilungen und ihre Kenngrößen zur Lösung von Problemstellungen **Prozessbezogene Kompetenzen:** ***Modellieren*** *Die Schülerinnen und Schüler* ➢ treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor (Strukturieren) ➢ erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (Mathematisieren) ➢ beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (Validieren) ***Werkzeuge nutzen*** *Die Schülerinnen und Schüler* ➢ nutzen grafikfähige Taschenrechner und Tabellenkalkulationen […] ➢ verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum o Berechnen von Wahrscheinlichkeiten bei binomialverteilten Zufallsgrößen o Erstellen der Histogramme von Binomialverteilungen	bestimmte Realsituation voraussetzt, d.h., dass die Treffer von Stufe zu Stufe unabhängig voneinander mit konstanter Wahrscheinlichkeit erfolgen. Zur formalen Herleitung der Binomialverteilung und der Binomialkoeffizienten bieten sich das Galtonbrett bzw. seine Simulation und die Betrachtung von Multiple-Choice-Tests an. Die anschließende Vertiefung erfolgt in unterschiedlichen Sachkontexten, deren Bearbeitung auf vielfältigen Zeitungsartikeln basieren kann. Auch Beispiele der Modellumkehrung werden betrachtet („Von der Verteilung zur Realsituation“). Hinweis: Der Einsatz des GTR zur Berechnung singulärer sowie kumulierter Wahrscheinlichkeiten ermöglicht den Verzicht auf stochastische Tabellen und eröffnet aus der numerischen Perspektive den Einsatz von Aufgaben in realitätsnahen Kontexten.

Unterrichtsvorhaben Q2-V:

Thema: Untersuchung charakteristischer Größen von Binomialverteilungen (Q1-LK-S3)

Zeitbedarf: 5 Std.

Zentrale Kompetenzen: ➢ Problemlösen **Inhaltsfeld:** Stochastik (S) **Inhaltlicher Schwerpunkt:** ➢ Binomialverteilung **Zu entwickelnde Kompetenzen** **Inhaltsbezogene Kompetenzen:** *Die Schülerinnen und Schüler* ➢ beschreiben den Einfluss der Parameter n und p auf Binomialverteilungen und ihre graphische Darstellung ➢ bestimmen den Erwartungswert μ und die Standardabweichung σ von (binomialverteilten) Zufallsgrößen und treffen damit prognostische Aussagen ➢ nutzen die s-Regeln (sigma-Regeln) für prognostische	**Vorhabenbezogene Empfehlungen** Eine Visualisierung der Verteilung sowie des Einflusses von Stichprobenumfang n und Trefferwahrscheinlichkeit p erfolgt durch die graphische Darstellung der Verteilung als Histogramm unter Nutzung des GTR. Während sich die Berechnung des Erwartungswertes erschließt, kann die Formel für die Standardabweichung induktiv entdeckt werden: In einer Tabellenkalkulation wird bei festem n und p für jedes k die quadratische Abweichung vom Erwartungswert mit der zugehörigen Wahrscheinlichkeit multipliziert. Die Varianz als Summe dieser Werte wird zusammen mit dem Erwartungswert in einer

Aussagen ➢ nutzen Binomialverteilungen und ihre Kenngrößen zur Lösung von Problemstellungen **Prozessbezogene Kompetenzen:** ***Problemlösen*** *Die Schülerinnen und Schüler* ➢ analysieren und strukturieren die Problemsituation (Erkunden) ➢ wählen heuristische Hilfsmittel (z. B. Skizze, informative Figur, Tabelle, experimentelle Verfahren) aus, um die Situation zu erfassen (Erkunden) ➢ erkennen Muster und Beziehungen (Erkunden) ➢ entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege (Lösen) ➢ nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (z. B. Invarianten finden, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme, Verallgemeinern) (Lösen) ➢ interpretieren Ergebnisse auf dem Hintergrund der Fragestellung (Reflektieren) ***Werkzeuge nutzen*** *Die Schülerinnen und Schüler* ➢ nutzen grafikfähige Taschenrechner und Tabellenkalkulationen […] ➢ verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum o Variieren der Parameter von Binomialverteilungen o Erstellen der Histogramme von Binomialverteilungen o Berechnen der Kennzahlen von Binomialverteilungen (Erwartungswert, Standardabweichung) o Berechnen von Wahrscheinlichkeiten bei binomialverteilten Zufallsgrößen	weiteren Tabelle notiert. Durch systematisches Variieren von n und p entdecken die Lernenden die funktionale Abhängigkeit der Varianz von diesen Parametern und die Formel: $\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)}$ Das Konzept der σ-Umgebungen wird durch experimentelle Daten abgeleitet. Es wird benutzt, um Prognoseintervalle (Schwankungs- und Konfidenzintervalle) anzugeben, den notwendigen Stichprobenumfang für eine vorgegebene Genauigkeit zu bestimmen und um das $\frac{1}{\sqrt{n}}$-Gesetz der großen Zahlen zu präzisieren.

Unterrichtsvorhaben Q2-VI **Thema:** *Signifikant und relevant? – Testen von Hypothesen (Q-LK-S4)* **Zeitbedarf**: 10 Std.	
Zu entwickelnde Kompetenzen	**Vorhabenbezogene Empfehlungen**
Inhaltsbezogene Kompetenzen: *Die Schülerinnen und Schüler* • interpretieren Hypothesentests bezogen auf den Sachkontext und das Erkenntnisinteresse • beschreiben und beurteilen Fehler 1. und 2. Art **Prozessbezogene Kompetenzen:** ***Modellieren*** *Die Schülerinnen und Schüler* • erfassen und strukturieren zunehmend komplexe	Zentral ist das Verständnis der Idee des Hypothesentests, d. h. mit Hilfe eines mathematischen Instrumentariums einzuschätzen, ob Beobachtungen auf den Zufall zurückzuführen sind oder nicht. Ziel ist es, die Wahrscheinlichkeit von Fehlentscheidungen möglichst klein zu halten. Die Logik des Tests soll dabei an datengestützten gesellschaftlich relevanten Fragestellungen, z. B. Häufungen von Krankheitsfällen in bestimmten Regionen oder alltäglichen empirischen Phänomenen (z. B. Umfrageergebnisse aus dem Lokalteil der

Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung *(Strukturieren)* • übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle *(Mathematisieren)* • erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells *(Mathematisieren)* • beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation *(Validieren)* ***Kommunizieren*** *Die Schülerinnen und Schüler* • erfassen, strukturieren und formalisieren Informationen aus zunehmend komplexen mathematikhaltigen Texten und Darstellungen, aus mathematischen Fachtexten sowie aus Unterrichtsbeiträgen *(Rezipieren)* • formulieren eigene Überlegungen und beschreiben eigene Lösungswege *(Produzieren)* • führen Entscheidungen auf der Grundlage fachbezogener Diskussionen herbei *(Diskutieren)*	Zeitung) entwickelt werden, sie wird abschließend in einem ‚Testturm' visualisiert. Im Rahmen eines realitätsnahen Kontextes werden folgende Fragen diskutiert: - Welche Hypothesen werden aufgestellt? Wer formuliert diese mit welcher Interessenlage? - Welche Fehlentscheidungen treten beim Testen auf? Welche Konsequenzen haben sie? Durch Untersuchung und Variation gegebener Entscheidungsregeln werden die Bedeutung des Signifikanzniveaus und der Wahrscheinlichkeit des Auftretens von Fehlentscheidungen 1. und 2. Art zur Beurteilung des Testverfahrens erarbeitet.

Unterrichtsvorhaben Q2-VII

Thema: *Ist die Glocke normal? (Q-LK-S5)* **Zeitbedarf**: 10 Std.

Zu entwickelnde Kompetenzen	**Vorhabenbezogene Empfehlungen**
Inhaltsbezogene Kompetenzen: *Die Schülerinnen und Schüler* • unterscheiden diskrete und stetige Zufallsgrößen und deuten die Verteilungsfunktion als Integralfunktion • untersuchen stochastische Situationen, die zu annähernd normalverteilten Zufallsgrößen führen • beschreiben den Einfluss der Parameter μ und σ auf die Normalverteilung und die graphische Darstellung ihrer Dichtefunktion (Gaußsche Glockenkurve) **Prozessbezogene Kompetenzen:** ***Modellieren*** *Die Schülerinnen und Schüler* • erfassen und strukturieren [...] komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung *(Strukturieren)* • übersetzen [...] komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle *(Mathematisieren)* • erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells *(Mathematisieren)* • beurteilen die Angemessenheit aufgestellter (ggf.	Normalverteilungen sind in der Stochastik bedeutsam, weil sich die Summenverteilung von genügend vielen unabhängigen Zufallsvariablen häufig durch eine Normalverteilung approximieren lässt. Dementsprechend beschließt die Fachkonferenz den Einstieg in dieses Unterrichtsvorhaben über die Untersuchung von Summenverteilungen. Mit einer Tabellenkalkulation werden die Augensummen von zwei, drei, vier… Würfeln simuliert, wobei in der grafischen Darstellung die Glockenform zunehmend deutlicher wird. *Ergänzung für leistungsfähige Kurse:* Gut geeignet ist auch die Simulation von Stichprobenmittelwerten aus einer (gleichverteilten) Grundgesamtheit. Ergebnisse von Schulleistungstests oder Intelligenztests werden erst vergleichbar, wenn man sie hinsichtlich Mittelwert und Streuung normiert, was ein Anlass dafür ist, mit den Parametern μ und σ zu experimentieren. Auch Untersuchungen zu Mess- und Schätzfehlern bieten einen anschaulichen, ggf. handlungsorientierten Zugang. Da auf dem GTR die Normalverteilung

konkurrierender) Modelle für die Fragestellung *(Validieren)* • reflektieren die Abhängigkeit einer Lösung von den getroffenen Annahmen *(Validieren)* ***Problemlösen*** *Die Schülerinnen und Schüler* • erkennen Muster und Beziehungen *(Erkunden)* • entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege *(Lösen)* • wählen Werkzeuge aus, die den Lösungsweg unterstützen *(Lösen)* ***Werkzeuge nutzen*** *Die Schülerinnen und Schüler* • verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum … Variieren der Parameter von Wahrscheinlichkeitsverteilungen … Erstellen der Histogramme von Binomialverteilungen ... Berechnen von Wahrscheinlichkeiten bei normalverteilten Zufalls- größen • nutzen digitale Hilfsmittel und digitale Werkzeuge zum Erkunden und Recherchieren, Berechnen und Darstellen • entscheiden situationsangemessen über den Einsatz mathematischer Hilfsmittel und digitaler Werkzeuge, wählen sie gezielt aus und nutzen sie zum Erkunden …, Berechnen und Darstellen • reflektieren und begründen die Möglichkeiten und Grenzen mathematischer Hilfsmittel und digitaler Werkzeuge	einprogrammiert ist, spielt die Approximation der Binomialverteilung durch die Normalverteilung (Satz von de Moivre-Laplace) für die Anwendungsbeispiele im Unterricht eine untergeordnete Rolle. Dennoch sollte bei genügender Zeit deren Herleitung als Vertiefung der Integralrechnung im Leistungskurs thematisiert werden, da der Übergang von der diskreten zur stetigen Verteilung in Analogie zur Approximation von Flächen durch Produktsummen nachvollzogen werden kann (vgl. Q-LK-A3). Die Visualisierung erfolgt mithilfe des GTR. Theoretisch ist von Interesse, dass es sich bei der Gaußschen Glockenkurve um den Graphen einer Randfunktion handelt, zu deren Stammfunktion (Gaußsche Integralfunktion) kein Term angegeben werden kann.

Unterrichtsvorhaben Q2-VIII **Thema:** *Von Übergängen und Prozessen (Q-LK-S6)* **Zeitbedarf**: 10 Std.	
Zu entwickelnde Kompetenzen	**Vorhabenbezogene Empfehlungen**
Inhaltsbezogene Kompetenzen: *Die Schülerinnen und Schüler* • beschreiben stochastische Prozesse mithilfe von Zustandsvektoren und stochastischen Übergangsmatrizen • verwenden die Matrizenmultiplikation zur Untersuchung stochastischer Prozesse (Vorhersage nachfolgender Zustände, numerisches Bestimmen sich stabilisierender Zustände)	*Die Behandlung stochastischer Prozesse sollte genutzt werden, um zentrale Begriffe aus Stochastik (Wahrscheinlichkeit, relative Häufigkeit) und Analysis (Grenzwert) mit Begriffen und Methoden der Linearen Algebra (Vektor, Matrix, lineare Gleichungssysteme) zu vernetzen. Schülerinnen und Schüler modellieren dabei in der Realität komplexe Prozesse, deren langfristige zeitliche Entwicklung untersucht und als Grundlage für Entscheidungen und Maßnahmen genutzt werden kann.* Der Auftrag an Schülerinnen und Schüler, einen

Prozessbezogene Kompetenzen: ***Modellieren*** *Die Schülerinnen und Schüler* • erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (Strukturieren) • übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle (Mathematisieren) • erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (Mathematisieren) • beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (Validieren) ***Argumentieren*** *Die Schülerinnen und Schüler* • präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur *(Vermuten)* • nutzen mathematische Regeln bzw. Sätze und sachlogische Argumente für Begründungen *(Begründen)* • stellen Zusammenhänge zwischen Begriffen her *(Begründen)* • überprüfen, inwiefern Ergebnisse, Begriffe und Regeln verallgemeinert werden können *(Beurteilen)*	stochastischen Prozess graphisch darzustellen, führt in der Regel zur Erstellung eines Baumdiagramms, dessen erste Stufe den Ausgangszustand beschreibt. Im Zusammenhang mit der Interpretation der Pfadregeln als Gleichungssystem können sie daraus die Matrix-Vektor-Darstellung des Prozesses entwickeln. Untersuchungen in unterschiedlichen realen Kontexten führen zur Entwicklung von Begriffen zur Beschreibung von Eigenschaften stochastischer Prozesse (Potenzen der Übergangsmatrix, Grenzmatrix, stabile Verteilung, absorbierender Zustand). Hier bietet sich eine Vernetzung mit der Linearen Algebra hinsichtlich der Betrachtung linearer Gleichungssysteme und ihrer Lösungsmengen an. Eine nicht obligatorische Vertiefungsmöglichkeit besteht darin, Ausgangszustände über ein entsprechendes Gleichungssystem zu ermitteln und zu erfahren, dass der GTR als Hilfsmittel dazu die inverse Matrix bereitstellt.

2.2 Grundsätze der fachmethodischen und fachdidaktischen Arbeit

Die Fachkonferenz Mathematik hat die folgenden fachmethodischen und fachdidaktischen Grundsätze beschlossen. In diesem Zusammenhang beziehen sich die Grundsätze 1 bis 15 auf fächerübergreifende Aspekte, die auch Gegenstand der Qualitätsanalyse sind, die Grundsätze 16 bis 26 sind fachspezifisch angelegt.

1. Geeignete Problemstellungen zeichnen die Ziele des Unterrichts vor und bestimmen die Struktur der Lernprozesse.
2. Inhalt und Anforderungsniveau des Unterrichts entsprechen dem Leistungsvermögen der Schüler/innen.
3. Die Unterrichtsgestaltung ist auf die Ziele und Inhalte abgestimmt.
4. Medien und Arbeitsmittel sind schülernah gewählt.
5. Die Schüler/innen erreichen einen Lernzuwachs.
6. Der Unterricht fördert eine aktive Teilnahme der Schüler/innen.
7. Der Unterricht fördert die Zusammenarbeit zwischen den Schülern/innen und bietet ihnen Möglichkeiten zu eigenen Lösungen.
8. Der Unterricht berücksichtigt die individuellen Lernwege der einzelnen Schüler/innen.
9. Die Schüler/innen erhalten Gelegenheit zu selbstständiger Arbeit und werden dabei unterstützt.
10. Der Unterricht fördert strukturierte und funktionale Partner- bzw. Gruppenarbeit.
11. Der Unterricht fördert strukturierte und funktionale Arbeit im Plenum.
12. Die Lernumgebung ist vorbereitet; der Ordnungsrahmen wird eingehalten.
13. Die Lehr- und Lernzeit wird intensiv für Unterrichtszwecke genutzt.
14. Es herrscht ein positives pädagogisches Klima im Unterricht.

15. Wertschätzende Rückmeldungen prägen die Bewertungskultur und den Umgang mit Schülerinnen und Schülern.
16. Im Unterricht werden fehlerhafte Schülerbeiträge produktiv im Sinne einer Förderung des Lernfortschritts der gesamten Lerngruppe aufgenommen.
17. Der Unterricht ermutigt die Lernenden dazu, auch fachlich unvollständige Gedanken zu äußern und zur Diskussion zu stellen.
18. Die Bereitschaft zu problemlösenden Arbeiten wird durch Ermutigungen und Tipps gefördert und unterstützt.
19. Die Einstiege in neue Themen erfolgen möglichst mithilfe sinnstiftender Kontexte, die an das Vorwissen der Lernenden anknüpfen und deren Bearbeitung sie in die dahinterstehende Mathematik führt.
20. Es wird genügend Zeit eingeplant, in der sich die Lernenden neues Wissen aktiv konstruieren und in der sie angemessene Grundvorstellungen zu neuen Begriffen entwickeln können.
21. Durch regelmäßiges wiederholendes Üben werden grundlegende Fertigkeiten „wachgehalten“.
22. Im Unterricht werden an geeigneter Stelle differenzierende Aufgaben (z. B. „Blütenaufgaben“) eingesetzt.
23. Die Lernenden werden zu regelmäßiger, sorgfältiger und vollständiger Dokumentation der von ihnen bearbeiteten Aufgaben angehalten.
24. Im Unterricht wird auf einen angemessenen Umgang mit fachsprachlichen Elementen geachtet.
25. Digitale Medien werden regelmäßig dort eingesetzt, wo sie dem Lernfortschritt dienen.

2.3 Grundsätze der Leistungsbewertung und Leistungsrückmeldung

Kriterien zur Leistungsbewertung im Fach Mathematik, Sekundarstufe II

In der gymnasialen Oberstufe ergibt sich die jeweilige Kursabschlussnote im Fach Mathematik aus den Leistungen im Beurteilungsbereich „Klausuren“ und den Leistungen im Beurteilungsbereich „Sonstige Mitarbeit“. Die Kursabschlussnote wird gleichwertig aus den Endnoten beider Beurteilungsbereiche gebildet. Von einer rein rechnerischen Bildung der Kursabschlussnote ist jedoch abzusehen. Vielmehr ist die Gesamtentwicklung der Schülerin oder des Schülers im Kurshalbjahr zu berücksichtigen.

Im zweiten Halbjahr der Jahrgangsstufe 13 /Q2 ergibt sich die Kursabschlussnote der Schüler, die Mathematik nicht als schriftliches Abiturfach gewählt haben, ausschließlich aus den Leistungen im Bereich „Sonstige Mitarbeit.“

Beurteilungsbereich „Klausuren“

Klausuren dienen der schriftlichen Überprüfung der Lernergebnisse in einem Kursabschnitt. Sie sollen darüber Aufschluss geben, inwieweit im laufenden Kursabschnitt gesetzte Ziele erreicht worden sind. Sie bereiten auf die komplexen Anforderungen im Abitur vor.

Entsprechend sind die Anforderungsbereiche I, II und III in allen Klausuren zu berücksichtigen.

Anforderungsbereich I	z. B. Wiedergabe von Kenntnissen, Verwendung geübter Verfahrensweisen in einem begrenzten Gebiet und in einem wiederholenden Zusammenhang, etc.
Anforderungsbereich II	z. B. Anwenden von Kenntnissen, selbstständiges Übertragen des Gelernten auf vergleichbare neue Situationen, etc.
Anforderungsbereich III	z. B. Problemlösen und Werten, Auffinden eines Lösungsansatzes für Probleme, bei denen Kenntnisse aus verschiedenen Teilgebieten der Mathematik verbunden werden müssen, ohne dass dies in vergleichbaren Zusammenhängen geübt wurde, etc.

Anzahl und Dauer der Klausuren

Jahrgang	EF	Q1	Q2
Anzahl	4 [1]	4 [2]	4
Dauer (in Unterrichtsstunden)	2	GK: 2 LK: 3	GK: 3 (2. Halbjahr: 180 min.) LK: 4 (2. Halbjahr: 255 min.)

[1] Zum Ende der Einführungsphase nehmen die Schülerinnen und Schüler an einer zentralen Klausur mit landeseinheitlich gestellten Aufgaben teil.

[2] Wird im 2. Halbjahr statt einer Klausur eine Facharbeit geschrieben, wird die Note für die Facharbeit wie eine Klausurnote gewertet.

Das von der Fachkonferenz beschlossene Bewertungsschema entspricht den Vorgaben, die den zentral gestellten Abiturklausuren zugrunde liegen.

Notenpunkte	15	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0
Noten	1+	1	1-	2+	2	2-	3+	3	3-	4+	4	4-	5+	5	5-	6
bis ca. [%]	95	90	85	80	75	70	65	60	55	50	45	40	33	27	20	0

Dabei sollte die Zuordnung der Noten zu den Punkten nicht starr gehandhabt werden. Eventuell vorhandene deutliche Einschnitte in der Punktverteilung können zur Festlegung der Notengrenzen herangezogen werden.

Auch der Eindruck, der sich aus dem Gesamtbild der Arbeit hinsichtlich des Gebrauchs der Fachsprache, des fachlichen Überblicks sowie der Schlüssigkeit und Form der Darstellung ergibt, sollte in die Beurteilung eingehen.

Beurteilungsbereich „Sonstige Mitarbeit“

Im Beurteilungsbereich „Sonstige Mitarbeit“ sind alle Leistungen zu werten, die eine Schülerin bzw. ein Schüler im Zusammenhang mit dem Unterricht mit Ausnahme der Klausuren und der Facharbeit erbringt.

Beiträge zum Unterrichtsgespräch

Beurteilungskriterien sind die Kontinuität, der Umfang und die Qualität der Gesprächsbeiträge. Nach zunehmendem Anspruch geordnet, lassen sich die folgenden Elemente von Beiträgen zum Unterrichtsgespräch benennen:

- Wiedergabe von Teil-, Einzel- und Gesamtergebnissen,
- Zuordnung von Fakten und Ergebnissen unter vorgegebenen Gesichtspunkten,
- Anwendung von Ergebnissen und Methoden,
- Konkretisierungen von abstrakten Sachverhalten,

- Erkennen von sachlogischen Zusammenhängen,
- Beurteilung von Thesen und Ansätzen,
- Darlegung von Lösungsvorschlägen zu vorgegebenen Problemen,
- Aufnahme von Denkanstößen und selbstständige gedankliche Weiterführung,
- begründete Stellungnahme,
- Problematisierung von Sachverhalten, Lösungen und Methoden**.**

Hausaufgaben

Hausaufgaben ergänzen die Arbeit im Unterricht. Sie dienen der Festigung und Übung, aber auch der Vorbereitung neuer Aufgaben durch das Einbringen eigenständiger Überlegungen und Lösungsansätze. Hausaufgaben fördern die selbstständige Auseinandersetzung mit Lernvorgängen, die Selbstorganisation sowie die Wahl geeigneter Arbeitstechniken. Sie werden nicht direkt bewertet; jedoch kann eine Abfrage oder eine kurze schriftliche Überprüfung der Hausaufgaben erfolgen.

Selbstständiges Arbeiten

Bei der Bewertung der selbstständigen Arbeit geht es in erster Linie darum, inwieweit eine Schülerin bzw. ein Schüler in der Lage ist,

- das eigene Lernen zu planen und zu steuern,
- konzentriert und zielgerichtet zu arbeiten,
- den eigenen Lernerfolg zu überprüfen und
- daraus Rückschlüsse für das weitere Lernen zu ziehen.

Gruppenarbeit

Kriterien für die Bewertung des Arbeitens in Gruppen können sein, wie und in welchem Umfang die Schülerinnen und Schüler

- Beiträge zur Arbeit leisten,
- Beiträge anderer aufnehmen und weiterentwickeln,
- sich in die Denkweisen anderer einfinden,
- Aufgaben wie Gesprächsleitung, Protokollführung, Berichterstattung übernehmen,
- Informationen beschaffen und erschließen,
- ihre Gruppenarbeit organisieren und durchführen, auch in arbeitsteiligen Verfahren,
- systematische Vorgehensweisen nutzen,
- ihre Arbeitsschritte überprüfen, diskutieren und dokumentieren.

Referate/Präsentationen

Bei der Erstellung und dem Vortrag eines Referats bzw. bei der Präsentation von Lösungswegen oder Ähnlichem werden in der Bewertung folgende Aspekte berücksichtigt:

- Behandlung des Gegenstands in angemessener Tiefe,
- sachliche Richtigkeit,
- richtige Verwendung von Fachterminologie und Fachmethodik,
- klar gegliederter Aufbau,
- nachvollziehbare und in sich schlüssige Darstellung,
- Adressatenbezogenheit,
- funktionaler Einsatz von Medien/Visualisierungsmethoden.

Auch andere Formen der „Sonstigen Mitarbeit“ (wie z. B. Führen eines Lerntagebuchs, schriftliche Übungen, etc.) können gegebenenfalls in die Bewertung einfließen.

Im Folgenden werden Kriterien für die Bewertung der sonstigen Leistungen jeweils für eine gute bzw. eine ausreichende Leistung dargestellt. Dabei ist bei der Bildung der Quartals- und Abschlussnote jeweils die Gesamtentwicklung der Schülerin bzw. des Schülers zu berücksichtigen, eine arithmetische Bildung aus punktuell erteilten Einzelnoten erfolgt nicht:

Leistungsaspekt	**Anforderungen für eine**

	gute Leistung	**ausreichende Leistung**
	Die Schülerin, der Schüler	
Qualität der Unterrichtsbeiträge	nennt richtige Lösungen und begründet sie nachvollziehbar im Zusammenhang der Aufgabenstellung	nennt teilweise richtige Lösungen, in der Regel jedoch ohne nachvollziehbare Begründungen
	geht selbstständig auf andere Lösungen ein, findet Argumente und Begründungen für ihre/seine eigenen Beiträge	geht selten auf andere Lösungen ein, nennt Argumente, kann sie aber nicht begründen
	kann ihre/seine Ergebnisse auf unterschiedliche Art und mit unterschiedlichen Medien darstellen	kann ihre/seine Ergebnisse nur auf eine Art darstellen
Kontinuität/Quantität	beteiligt sich regelmäßig am Unterrichtsgespräch	nimmt eher selten am Unterrichtsgespräch teil
Selbstständigkeit	bringt sich von sich aus in den Unterricht ein	beteiligt sich gelegentlich eigenständig am Unterricht
	ist selbstständig ausdauernd bei der Sache und erledigt Aufgaben gründlich und zuverlässig	benötigt oft eine Aufforderung, um mit der Arbeit zu beginnen; arbeitet Rückstände nur teilweise auf
	strukturiert und erarbeitet neue Lerninhalte weitgehend selbstständig, stellt selbstständig Nachfragen	erarbeitet neue Lerninhalte mit umfangreicher Hilfestellung, fragt diese aber nur selten nach
	erarbeitet bereitgestellte Materialien selbstständig	erarbeitet bereitgestellte Materialen eher lückenhaft
Hausaufgaben	erledigt sorgfältig und vollständig die Hausaufgaben	erledigt die Hausaufgaben weitgehend vollständig, aber teilweise oberflächlich
	trägt Hausaufgaben mit nachvollziehbaren Erläuterungen vor	nennt die Ergebnisse, erläutert erst auf Nachfragen und oft unvollständig
Kooperation	bringt sich ergebnisorientiert in die Gruppen-/Partnerarbeit ein	bringt sich nur wenig in die Gruppen-/Partnerarbeit ein
	arbeitet kooperativ und respektiert die Beiträge Anderer	unterstützt die Gruppenarbeit nur wenig, stört aber nicht
Gebrauch der Fachsprache	wendet Fachbegriffe sachangemessen an und kann ihre Bedeutung erklären	versteht Fachbegriffe nicht immer, kann sie teilweise nicht sachangemessen anwenden
Werkzeuggebrauch	setzt Werkzeuge im Unterricht sicher bei der Bearbeitung von Aufgaben und zur Visualisierung von Ergebnissen ein	benötigt häufig Hilfe beim Einsatz von Werkzeugen zur Bearbeitung von Aufgaben
Präsentation/Referat	präsentiert vollständig, strukturiert und gut nachvollziehbar	präsentiert an mehreren Stellen eher oberflächlich, die Präsentation weist Verständnislücken auf
Schriftliche Übung	ca. 75% der erreichbaren Punkte	ca. 50% der erreichbaren Punkte

Grundsätze der Leistungsrückmeldung und Beratung:
Die Fachkonferenz legt in Abstimmung mit der Schulkonferenz und unter Berücksichtigung von § 48 SchulG und §13 APO-GOSt fest, zu welchen Zeitpunkten und in welcher Form Leistungsrückmeldungen und eine Beratung im Sinne individueller Lern- und Förderempfehlungen erfolgen.

2.4 Lehr – und Lernmittel

Die Fachschaft hat beschlossen, dass Buch Lambacher Schweizer GK/LK für die Sekundarstufe II anzuschaffen. Weitere Lernmaterialien sind der graphikfähige Taschenrechner Casio fx-9860GII und Zeichengeräte wie Zirkel und Lineal, etc.